



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۰/۲۱



آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی - مرحله ۲

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۳ دقیقه	۳۰ سوال ۵۳ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



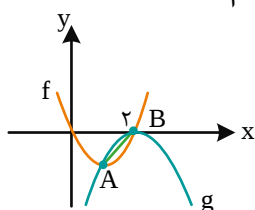
AzmonVIP

۱- مجموع هشت جمله اول دنباله هندسی a_n با جمله اول a و قدرنسبت $a+1$ برابر ۲۵۵ و همچنین مجموع ۱۰ جمله اول دنباله حسابی b_n با جمله اول a نیز برابر ۲۵۵ است. اختلاف جمله اول و دهم b_n کدام می تواند باشد؟
 (۱) ۴۸ (۲) ۵۱ (۳) ۵۴ (۴) ۵۷

۲- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = 2n^2 + 3n - 7$ محاسبه می شود. چندمین جمله این دنباله مربع جمله دوم است؟
 (۱) چهارم (۲) هشتم (۳) بیستم (۴) چهلم

۳- در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع دو ریشه حقیقی با حاصل ضرب آن ها برابر است. اگر مجموع مربعات ریشه ها برابر ۳ باشد، مجموع مکعبات ریشه ها کدام است؟ (آزمون وی ای پی)
 (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۴- اگر A و B به ترتیب رئوس سهمی f و g بوده و شیب AB برابر ۲ باشد، مجموع ریشه های $f - g$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۵- حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله $x^6 + ax^2 + b = 0$ برابر ۹ است. اگر یکی از ریشه ها برابر ۱ باشد، مجموع مربعات ریشه ها کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۶- ۵۰ کیلوگرم آب نمک با غلظت n درصد موجود است. اگر n کیلوگرم نمک به آن اضافه کنیم غلظت آن ۱۵ درصد افزایش پیدا می کند. اختلاف بیشترین و کمترین مقدار n کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۵ (۳) ۷۰ (۴) ۷۵

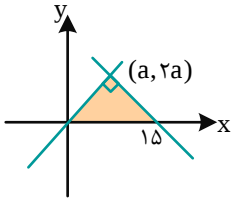
۷- کدام گزینه در مورد ریشه های معادله $x^2 - 2x = \sqrt{x+3} + 3$ درست است؟

- (۱) فقط یک ریشه مثبت دارد.
(۲) دو ریشه مثبت دارد.
(۳) ریشه حقیقی ندارد.
(۴) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

۸- معادله $|x-a| + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 4$ دارای دو ریشه حقیقی است. a چند عدد صحیح می تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



۹- در شکل مقابل، مساحت مثلث رنگی کدام است؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۳۰
(۳) ۴۰
(۴) ۴۵

۱۰- فاصله نقطه $A(2, -3)$ از مبدأ مختصات و خط $2x + 3y = k$ برابر است. مقدار مثبت k کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) ۱۰
(۳) ۱۶
(۴) ۱۸

۱۱- تابع $f(x) = x^2 - 4x + 7$ با دامنه $\mathbb{R}$ مفروض است. کدام گزینه می تواند «هم دامنه» این تابع باشد؟

- (۱) $[3, +\infty)$
(۲) $[3, 10]$
(۳) $(-\infty, 3]$
(۴) $[0, 3]$

۱۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{[x] - |x|} + x$ در محدوده $[-2, 2]$ به چه شکلی است؟

- (۱) سه نقطه بر روی نیمساز ربع اول
(۲) دو پاره خط به طول $\sqrt{2}$
(۳) پنج نقطه بر روی نیمساز ربع اول و سوم
(۴) چهار پاره خط به طول $\sqrt{2}$

۱۳- دامنه تابع $y = \frac{[x]}{\sqrt{4 - [x]^2}}$ به کدام صورت است؟

- (۱) (a, b)
(۲) $[a, b)$
(۳) $(a, b]$
(۴) $[a, b]$

۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی a تابع $f(x) = ax + |2x - 1|$ وارون پذیر نیست؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی شمار

۱۵- ضابطه وارون تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ با دامنه $(-\infty, 1]$ کدام است؟

- (۱) $y = 1 - \sqrt{x+1}$
(۲) $y = 1 + \sqrt{1-x}$
(۳) $y = 1 + \sqrt{x+1}$
(۴) $y = 1 - \sqrt{1-x}$

۱۶- اگر $f - g = \{(a, 2), (2, 0), (3, 4)\}$ و $\frac{f}{g} = \{(2, a), (3, 3a)\}$ باشد، تابع f کدام می تواند باشد؟

- (۱) $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$
(۲) $f = \{(1, 0), (3, 6)\}$
(۳) $f = \{(1, 1), (2, 1), (3, 2)\}$
(۴) $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 6), (4, 6)\}$

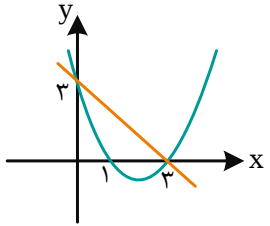
۱۷- توابع $f(x) = x^2 - 2x + 2$ و $gof(x) = \frac{x^2}{4} - x + 2$ مفروضند. حاصل $fog^{-1}(0)$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۶
(۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



۱۸- تابع خطی f و سهمی $f \circ g$ رسم شده است. $(f \circ g)(2)$ کدام است؟



- (۱) صفر
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) -۲

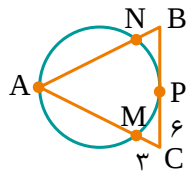
۱۹- اگر $f(x) = 3 \times 2^{2x+3} + 2$ باشد، $f^{-1}(\frac{19}{8})$ کدام است؟ آزمون وی ای پی

- (۱) ۳
- (۲) $\frac{5}{3}$
- (۳) $-\frac{5}{3}$
- (۴) -۳

۲۰- مجموع ریشه‌های معادله $6^x + 72 = 8 \times 3^x + 9 \times 2^x$ کدام است؟

- (۱) ۴/۵
- (۲) ۵
- (۳) ۵/۵
- (۴) ۶

۲۱- در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ ($AB = AC$)، ضلع BC در نقطه P بر دایره مماس است. اگر محیط این مثلث برابر ۴۰ باشد، طول BN کدام است؟



- (۱) $\frac{100}{12}$
- (۲) $\frac{12}{100}$
- (۳) $\frac{100}{6}$
- (۴) $\frac{6}{100}$

۲۲- در یک مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره محیطی برابر ۲۰ و شعاع دایره محاطی داخلی ۵ است و جمع اضلاع قائمه مثلث برابر ۳۰ است. مساحت مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۷۵
- (۲) ۱۸۰
- (۳) ۱۳۵
- (۴) ۱۵۵

۲۳- شعاع دایره محاطی خارجی یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $4\sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) ۱۲
- (۲) ۶
- (۳) ۱۸
- (۴) ۳

۲۴- چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

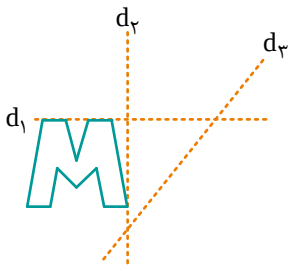
- (الف) بازتاب محوری لزوماً حافظ شیب خطوط نیست.
- (ب) بازتاب محوری تبدیلی طولی نیست.
- (ج) بازتاب محوری نقطه ثابت ندارد.
- (د) بازتاب محوری جهت شکل را حفظ نمی‌کند.

- (۱) ۱ مورد
- (۲) ۲ مورد
- (۳) ۳ مورد
- (۴) هیچ‌کدام

محل انجام محاسبات



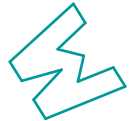
۲۵- بازتاب شکل به ترتیب نسبت به محورهای d_1 ، d_2 و d_3 در کدام گزینه دیده می شود؟



(۲)



(۴)



(۱)



(۳)

۲۶- در جدول ارزش گذاری $(p \wedge r) \wedge (\sim p \Rightarrow q)$ یک ردیف را به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال اینکه ردیف انتخاب شده درست باشد، چند برابر احتمال اینکه نادرست باشد، است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۲۷- در پرتاب ۵ تاس، احتمال اینکه از این ۵ تاس، ۳ تای آن ها عدد مشابه داشته باشند، کدام است؟

$\frac{6}{19}$ (۴)

$\frac{4}{27}$ (۳)

$\frac{3}{19}$ (۲)

$\frac{25}{81}$ (۱)

۲۸- سکه ای به شعاع ۵ سانتی متر در اختیار داریم. می خواهیم این سکه را روی یک صفحه مربعی شکل به ضلع ۲۰ سانتی متر پرتاب کنیم. احتمال اینکه این سکه به طور کامل روی این صفحه قرار بگیرد، کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۲۹- نمودار $(\mathbb{R} - \{1, 2\}) \times (\{3, 4, 5\})$ از چند پاره خط و چند نیم خط تشکیل شده است؟

(۲) ۲ پاره خط و ۲ نیم خط

(۱) سه پاره خط و ۲ نیم خط

(۴) ۴ پاره خط و ۲ نیم خط

(۳) سه پاره خط و ۶ نیم خط

۳۰- اگر $A_i = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{n}{3} \geq i \wedge 2^n \leq 8 \cdot i \right\}$ ، مجموعه $A_4 \times A_7$ چند عضو بیشتر از $A_1 \times A_3$ دارد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

محل انجام محاسبات



کد کنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۰/۲۱



آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی – مرحله ۲

آزمون اختصاصی – دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۲۶ دقیقه	۴۰ سوال
۲	شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه	۴۶ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



AzmonVIP

۳۱- کره‌ای رسانا دارای بار الکتریکی مثبت است. اگر 5×10^{13} الکترون به کره بدهیم، بار آن منفی و به اندازه $\frac{2}{3}$ برابر اندازه بار اولیه‌اش می‌شود. با اتصال این کره به کره‌ای مشابه که دارای بار $19/2 \mu C$ است، چند میکروکولن بار از یکی به دیگری منتقل می‌شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

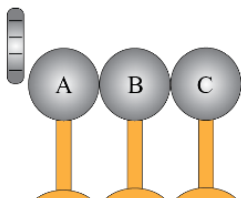
۱۲/۲ (۴)

۱۲/۴ (۳)

۱۱/۲ (۲)

۸ (۱)

۳۲- مطابق شکل زیر، میله‌ای با بار الکتریکی منفی را به سه کره‌ی رسانای A، B و C که در تماس با هم قرار دارند و در ابتدا خنثی هستند، نزدیک کرده و نگه می‌داریم. اگر در این حالت کره‌ی B را از بین دو کره خارج کنیم و سپس میله‌ی باردار را دور کنیم، علامت بار کره‌های A، B و C به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (پایه‌ها عایق هستند).



(۲) منفی، مثبت، مثبت

(۱) مثبت، مثبت، منفی

(۴) منفی، خنثی، مثبت

(۳) مثبت، خنثی، منفی

۳۳- با توجه به جدول فرضی سری الکتریسیته‌ی مالشی (تریبوالکتریک) زیر، اگر میله‌ای از جنس ماده‌ی B را با ماده‌ی D مالش داده و سپس میله (از جنس ماده B) را به آرامی به الکتروسکوپ با بار منفی نزدیک کنیم، ولی به کلاهک الکتروسکوپ تماس ندهیم، فاصله‌ی ورقه‌های الکتروسکوپ الزاماً چگونه تغییر می‌کند؟

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
E
انتهای منفی سری

(۱) افزایش می‌یابد.

(۲) کاهش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش یابد.

(۴) ابتدا کاهش یافته و سپس ممکن است افزایش یابد.

۳۴- نیروی الکتریکی که دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله ۴۰ cm از هم بر یکدیگر وارد می‌کنند، برابر F است. در فاصله‌ی چند متری از یکدیگر، دو بار بر هم نیروی ۴F وارد می‌کنند؟

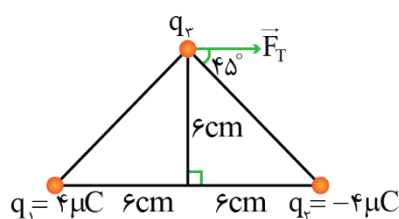
۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۲ (۱)

۳۵- مطابق شکل، سه ذره‌ی باردار در سه رأس یک مثلث قرار دارند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر $50\sqrt{2} N$ باشد، بار q_3 چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)



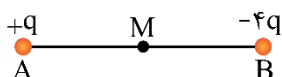
۲ (۱)

-۲ (۲)

۱۰ (۳)

-۱۰ (۴)

۳۶- در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای $+q$ و $-4q$ در نقطه‌های A و B ثابت شده‌اند و بزرگی برایند میدان‌های الکتریکی در وسط دو بار (نقطه M) برابر با $\vec{E}$ است. اگر بار $+q$ را ۶ برابر کنیم، برایند میدان‌های الکتریکی در نقطه M کدام خواهد شد؟



(۲) $\frac{3}{2} \vec{E}$

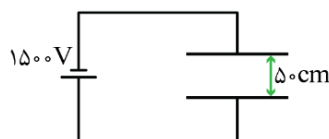
(۱) $2 \vec{E}$

(۴) $-\frac{3}{2} \vec{E}$

(۳) $-2 \vec{E}$

محل انجام محاسبات

۳۷- در شکل زیر و در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه، ذره‌ای به جرم ۳ گرم و بار الکتریکی $30 \mu\text{C}$ - از مجاورت صفحه پایینی به طرف بالا پرتاب می‌شود. ذره پس از طی مسافت 20 cm متوقف شده و جهت حرکتش عوض می‌شود. تندی این ذره



در لحظه پرتاب چند متر بر ثانیه بوده است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$ از مومن وی ای پی

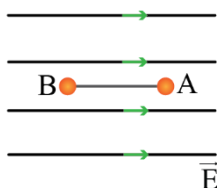
۴ (۲)

۱۶ (۱)

۸ (۴)

۲ (۳)

۳۸- بار الکتریکی $q = -4 \mu\text{C}$ مطابق شکل، در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ رها می‌شود. در جابه‌جایی بار q از



A تا B، انرژی جنبشی بار، ۸ میلی‌ژول افزایش می‌یابد. $V_B - V_A$ چند کیلوولت است؟

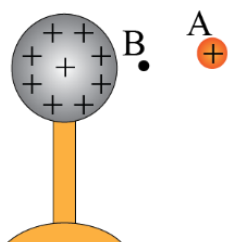
۲ (۱)

-۲ (۲)

۲۰۰۰ (۳)

-۲۰۰۰ (۴)

۳۹- در شکل زیر ذره باردار کوچک را از حالت سکون از نقطه A به سمت کره باردار که روی پایه عایقی قرار دارد، نزدیک می‌کنیم و در نقطه B قرار می‌دهیم. در این جابه‌جایی علامت کار نیروی الکتریکی و علامت کاری که ما در این جابه‌جایی انجام می‌دهیم و انرژی پتانسیل ذره باردار می‌یابد. همچنین پتانسیل الکتریکی نقطه A از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.



(۱) منفی - مثبت - افزایش - کمتر

(۲) منفی - مثبت - کاهش - بیشتر

(۳) مثبت - منفی - کاهش - بیشتر

(۴) مثبت - منفی - افزایش - کمتر

۴۰- یک کره رسانا به شعاع r دارای چگالی سطحی بار $20 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$ و بار مثبت است. چند درصد شعاع آن کاهش یابد تا چگالی سطحی

بار آن به $80 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$ برسد؟

۸۵ (۴)

۷۵ (۳)

۵۰ (۲)

۲۵ (۱)

۴۱- اگر ۲۰ درصد به بار الکتریکی ذخیره‌شده روی صفحات یک خازن تخت شارژ شده که از باتری جدا شده است اضافه کنیم، ظرفیت خازن، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات خازن و انرژی ذخیره‌شده در آن به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) ۲۰٪ افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند، ۴۴٪ افزایش می‌یابد.

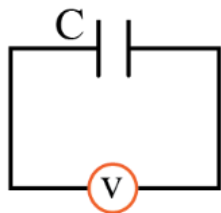
(۲) تغییر نمی‌کند، ۲۰٪ افزایش می‌یابد، ۴۴٪ کاهش می‌یابد.

(۳) ۲۰٪ افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند، ۴۴٪ کاهش می‌یابد.

(۴) تغییر نمی‌کند، ۲۰٪ افزایش می‌یابد، ۴۴٪ افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۴۲- مطابق شکل زیر، خازنی که بین صفحات آن هوا می باشد، توسط مولدی شارژ شده و از آن جدا می شود. در این حالت ولت سنج ایده آل، ولتاژ دو سر آن را ۱۰۰ ولت نشان می دهد. اگر دی الکتریکی به ضریب κ بین صفحات خازن قرار دهیم، ولت سنج ایده آل ۲۵ ولت را نشان می دهد. κ کدام است؟

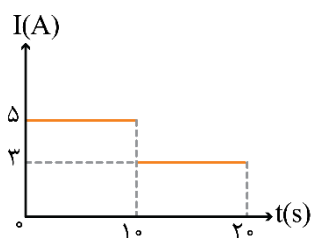


- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۷/۵
(۴) ۷۵

۴۳- خازن تختی با ظرفیت C ، که دی الکتریک آن هوا است، توسط باتری شارژ و از آن جدا شده است. اگر فاصله میان صفحات این خازن را ۳ برابر و مساحت مؤثر صفحات این خازن را $\frac{1}{3}$ برابر نماییم و دی الکتریکی با ثابت $\kappa = 6$ را میان صفحات آن وارد کنیم، به ترتیب از راست به چپ بزرگی میدان الکتریکی میان صفحات این خازن و چگالی سطحی بار الکتریکی بر روی هر صفحه خازن چند برابر می شود؟

- (۱) $\frac{1}{3} - 3$ (۲) $\frac{1}{2} - 3$ (۳) $\frac{1}{3} - 2$ (۴) $\frac{1}{3} - 2$

۴۴- نمودار جریان الکتریکی بر حسب زمان در یک مدار الکتریکی به صورت شکل زیر است. در مدت ۲۰s چه تعداد الکترون از هر مقطع عرضی این مدار می گذرد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)



- (۱) 37.5×10^{19}
(۲) 18.75×10^{19}
(۳) 50×10^{19}
(۴) 68.75×10^{19}

۴۵- دو کره رسانای مشابه A و B روی پایه های عایق قرار داشته و به ترتیب دارای بار الکتریکی $+12mC$ و $-8mC$ هستند. اگر توسط سیمی رسانا آن ها را به هم وصل کنیم، در مدت زمان $0.01s$ به تعادل الکتریکی می رسند. جریان الکتریکی متوسط عبوری از سیم در این مدت چند آمپر است؟ (فرض کنید در نهایت باری روی سیم رابط باقی نمی ماند). آزمون وی ای پی

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۳

۴۶- استوانه های رسانای A و B هم جنس هستند و جرم A دو برابر جرم B و طول A شش برابر طول B است. اگر اختلاف پتانسیل دو سر استوانه ها مساوی باشد، جریان الکتریکی گذرنده از B چند برابر A است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

۴۷- کدام گزینه، درست است؟

- ۱) کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه الکتریکی برای انتقال واحد بار الکتریکی مثبت از پایانه با پتانسیل الکتریکی بیشتر به پایانه با پتانسیل الکتریکی کمتر، اختلاف پتانسیل الکتریکی نام دارد.
- ۲) کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه الکتریکی برای انتقال واحد بار الکتریکی منفی از پایانه با پتانسیل الکتریکی بیشتر به پایانه با پتانسیل الکتریکی کمتر، اختلاف پتانسیل الکتریکی نام دارد.
- ۳) کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه الکتریکی برای انتقال واحد بار الکتریکی مثبت از پایانه با پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر، نیروی محرکه الکتریکی نام دارد.
- ۴) کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه الکتریکی برای انتقال واحد بار منفی از پایانه با پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر، نیروی محرکه الکتریکی نام دارد.

۴۸- چه تعداد از عبارتهای زیر، در مورد مقاومت های LDR نادرست است؟

- الف: LDR جریان الکتریکی را از یک سو عبور داده و از سوی دیگر عبور نمی دهد.
- ب: LDR وسیله ای است که انرژی نورانی را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند.
- ج: با افزایش شدت نور تابیده شده به LDR، مقاومت الکتریکی آن کاهش می یابد.
- د: با افزایش شدت نور تابیده شده به LDR، مقاومت الکتریکی آن افزایش می یابد.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۴۹- دو کره فلزی A و B با پایه عایق حاوی بار الکتریکی Q_A و $Q_B = 2Q_A$ هستند. اگر چگالی سطحی بار کره A دو برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B باشد، نسبت حجم کره A به حجم کره B کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۰- چه تعداد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- الف: چگالی سطحی بار الکتریکی در نقاط نوک تیزتر سطح یک جسم رسانای باردار، بیشتر از چگالی سطحی بار الکتریکی در نقاط صاف است.
- ب: انرژی پتانسیل الکتریکی، کمیتی نرده ای اما پتانسیل الکتریکی، کمیت برداری است.
- پ: استفاده از دی الکتریک قطبی بین صفحه های خازن باعث افزایش ظرفیت خازن و استفاده از دی الکتریک غیرقطبی بین صفحه های خازن، سبب کاهش ظرفیت خازن می شود.
- ت: انرژی الکتریکی، در میدان الکتریکی بین صفحات خازن ذخیره می شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) سوخت فندک یک هیدروکربن سیر شده و راست‌زنجیر است و شاخه فرعی ندارد.
- (۲) در میان ۳۶ عنصر اول جدول تناوبی، بیرونی‌ترین زیرلایه هر عنصر $l = 0$ یا $l = 1$ دارد.
- (۳) با دفن کردن کاغذ گازی بی‌بو و سمی تولید می‌شود که مسئول مرگ کارگران معدن زغال سنگ است.
- (۴) در واکنش تولید سیلیسیم به کمک کربن، حرکت ذرات سازنده فراورده‌ها از واکنش دهنده‌ها بیشتر است.

۵۲- در فرایند اکسایش گلوکز در بدن انسان، سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش دهنده‌ها بوده و واکنش گاز هیدروژن با گاز کلر در دمای 25°C ، حجم گاز تولید شده حجم گاز مصرف شده است.

- (۱) بیشتر - همانند - برابر
- (۲) کمتر - برخلاف - بیشتر از
- (۳) بیشتر - برخلاف - بیشتر از
- (۴) کمتر - همانند - برابر

۵۳- اگر درصد جرمی هیدروژن در آلکانی که نام آن بر اساس قواعد آیوپاک به هپتان ختم شود، به تقریب برابر $15/5\%$ درصد باشد، حداکثر چند شاخه جانبی در ساختار این آلکان وجود دارد؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۵۴- کدام یک از مطالب زیر در مورد فلز آهن نادرست است؟

- (۱) از اکسید قرمز رنگ آن در فرایند ترمیت استفاده می‌شود که با تولید یک اکسید فلز واسطه همراه است.
- (۲) در طبیعت به صورت کانه هماتیت بوده و از زغال کک برای تامین انرژی استخراج آن استفاده می‌شود.
- (۳) از منابع تجدیدناپذیر است که طی فرایند فرسایش در نهایت به سنگ معدن خود تبدیل می‌شود.
- (۴) در یک نمونه از هیدروکسید سبز رنگ این فلز، شمار آنیون‌ها دو برابر شمار کاتیون‌ها است.

۵۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف: ارزش دمایی یک واحد از یکای دما در SI برابر با ارزش دمایی یک واحد از یکای رایج دما است.
- ب: در ترموشیمی، گرمای واکنش‌ها هم به صورت کیفی و هم به صورت کمی بررسی می‌شوند.
- پ: بوی غذای سرد نسبت به غذای گرم سریع‌تر در محیط پخش شده و آسان‌تر به مشام می‌رسد.
- ت: در همه واکنش‌های شیمیایی، تبادل گرما میان سامانه و محیط پیرامون صورت می‌گیرد.
- ث: دمای محیط واکنش‌های گرماده با داد و ستد گرما ممکن است افزایش نیابد.

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۵۶- ۷۰ لیتر مخلوطی از گازهای فلوئور و هیدروژن در دمای صفر درجه سانتی‌گراد و فشار $0/5$ اتمسفر، با یکدیگر به طور کامل واکنش داده و ۸۰ کیلوژول گرما آزاد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از گرمای آزاد شده صرف افزایش دمای فراورده شود، دمای فراورده به چند درجه می‌رسد؟ (ظرفیت گرمایی یک مول از فراورده این واکنش برابر $32 J. ^{\circ}\text{C}^{-1}$ است.)

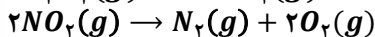
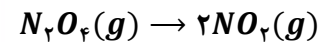
- (۱) ۴۰
- (۲) ۴۰۰
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۰۰

۵۷- کدام یک از مقایسه‌های انجام شده میان بنزن و نفتالن نادرست است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

- (۱) درصد جرمی کربن در بنزن کمتر از نفتالن است.
- (۲) نقطه جوش نفتالن بیشتر از نقطه جوش بنزن است.
- (۳) یک گرم بنزن نسبت به یک گرم نفتالن با هیدروژن بیشتری واکنش می‌دهد.
- (۴) نسبت شمار پیوندهای میان اتم‌های کربن به شمار اتم‌های کربن در نفتالن بیشتر از بنزن است.

محل انجام محاسبات

۵۸- ۵ مول گاز N_2O_4 را در یک ظرف سربسته قرار می‌دهیم تا طی دو واکنش متوالی زیر تجزیه شود. اگر در پایان واکنش‌ها ۱/۵ مول NO_2 و ۲/۲۵ مول N_2 در ظرف وجود داشته باشد، اختلاف بازده درصدی دو واکنش چقدر است؟



۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۲۰ (۲)

۳۰ (۱)

۵۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد ۴-اتیل-۳،۲،۲-تری‌متیل‌هگزان نادرست است؟

(۱) شمار اتم‌های کربن متصل به یک اتم هیدروژن بیشتر از شمار اتم‌های کربن متصل به دو اتم کربن است.

(۲) این ماده همانند فلز طلا با مواد موجود در بدن انسان واکنش شیمیایی نمی‌دهد.

(۳) در دمایی که این ترکیب به صورت گاز است، آب به صورت بخار یافت می‌شود.

(۴) این ترکیب آلی را ممکن است در نفت سفید پیدا کرد.

۶۰- ۶۰ گرم آلیاژی از آهن و آلومینیم در واکنش با تیتانیم (IV) اکسید، ۲۴ گرم فلز تیتانیم تولید می‌کند. همین جرم از این آلیاژ با چند لیتر محلول ۲/۵ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد؟ (فلز آلومینیم در واکنش با هیدروکلریک اسید، گاز هیدروژن و آلومینیم کلرید تولید می‌کند. $Al = 27, Ti = 48, Fe = 56: g. mol^{-1}$)

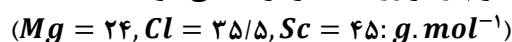
۱۷۰۰ (۴)

۱۴۰۰ (۳)

۱۳۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

۶۱- اگر برای تولید ۱۰۰ گرم اسکاندیم در واکنش موازنه‌نشده $ScCl_3 + Mg \rightarrow Sc + MgCl_2$ ۱۰۰ گرم فلز منیزیم ناخالص مصرف شود، درصد خلوص منیزیم چقدر است و در این فرایند به تقریب چند گرم از فراورده دیگر تولید می‌شود؟



۳۸۰ - ۷۵ (۴)

۳۸۰ - ۸۰ (۳)

۳۱۷ - ۷۵ (۲)

۳۱۷ - ۸۰ (۱)

۶۲- چند مورد از مطالب زیر در مورد مولکولی با ساختار مقابل درست است؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

الف: برای سوختن کامل هر مول از آن به ۲۲/۵ مول گاز اکسیژن نیاز است.

ب: هر مول گاز هیدروژن با ۱۰۹ گرم از این ترکیب واکنش می‌دهد.

پ: یک هیدروکربن آروماتیک محسوب می‌شود.

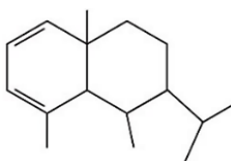
ت: در ساختار آن پنج گروه CH_3 وجود دارد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)



۶۳- اگر به ازای تولید جرم‌های برابر اتانول از اتن و گلوکز، جرم گلوکز مصرف شده ۲/۴ برابر جرم اتن مصرف شده باشد، بازده درصدی واکنش تخمیر چند برابر بازده درصدی واکنش اتن با آب است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

۰/۱۳ (۴)

۷/۷۱ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۱/۳۴ (۱)

۶۴- کدام یک از عبارت‌ها، جمله زیر را به درستی تکمیل می‌کنند؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

«با افزایش شمار اتم‌های کربن در»

الف: آلکان‌ها - تمایل به بخارشدن افزایش می‌یابد.

ب: آلکین‌ها - درصد جرمی هیدروژن افزایش می‌یابد.

پ: آلکن‌ها - جرم اکسیژن مورد نیاز برای سوختن یک گرم از آن‌ها، زیاد می‌شود.

ت: آلکن‌ها - جرم گاز هیدروژن مورد نیاز برای سیرکردن یک گرم از آن‌ها، کاهش می‌یابد.

(۴) «ب» و «ت»

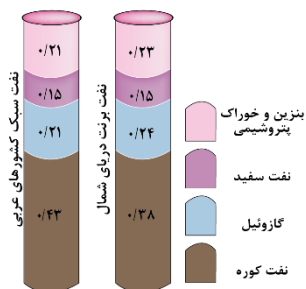
(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۱) «الف» و «پ»

محل انجام محاسبات

۶۵- درصد اجزای نفت خام در دو نفت به صورت مقابل است. کدام یک از مطالب زیر درست است؟



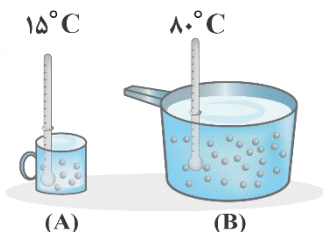
- (۱) گریس نسبت به بنزین تمایل بیشتری برای جاری شدن دارد.
- (۲) نقطه جوش نفت کوره و نقطه جوش نفت سفید تفاوت زیادی دارد.
- (۳) به دست آوردن سوخت هواپیما از نفت سبک کشورهای عربی به صرفه تر است.
- (۴) درصد جزئی از نفت که از نفت سفید فراریت بیشتری دارد، در نفت برنت کمتر است.

۶۶- با توجه به جدول زیر، کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

گروه دوره	۱۴	۱۵	۱۶
سوم	Y	M	
چهارم	D		X
پنجم	E		L

- الف: نسبت شمار نوترون به شمار پروتون در اتم ^{124}L بیش تر از اتم ^{80}X است.
- ب: عنصر Y شعاع اتمی کوچک تر از ژرمانیم و واکنش پذیری بیشتر از اکسیژن دارد.
- پ: عنصر D همانند عنصر E سطحی درخشان دارد و همانند عنصر M در اثر ضربه خورد می شود.
- ت: از عنصر X در ساخت چراغ ماشین استفاده می شود و بیشترین واکنش پذیری را در میان عناصر نافلزای هم دوره خود دارد.
- (۱) «الف» و «ت» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۶۷- با توجه به شکل مقابل کدام یک از مطالب زیر درست است؟



- (۱) گرمای ویژه آب موجود در دو ظرف A و B به طور دقیق با هم برابر است.
- (۲) با توجه به تفاوت در جرم، انرژی گرمایی این دو آب را نمی توان با یکدیگر مقایسه کرد.
- (۳) میانگین تندی مولکول ها در ۴۰ گرم از آب ظرف A بیشتر از ۱۰ گرم از آب ظرف B است.
- (۴) اگر این دو آب را در کنار هم قرار دهیم، تفاوت مجموع انرژی جنبشی ذرات آن ها کم می شود.

۶۸- اگر ۱۰۰ گرم از آلکینی به تقریب با ۱۹۰ گرم بخار برم واکنش دهد، چه تعداد پیوند $C - C$ در ساختار این آلکن دیده می شود؟ ($H = 1, C = 12, Br = 80; g.mol^{-1}$)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۶۹- با توجه به واکنش های زیر، چند مورد از مقایسه های انجام شده نادرست است؟

I) اکسید فلز X + فلز $Y \rightarrow$ اکسید فلز Y + فلز X

II) اکسید فلز Z + فلز $Y \rightarrow$ اکسید فلز Y + فلز Z

III) به طور طبیعی انجام نمی شود $\rightarrow$ اکسید فلز Z + فلز X

ب: دشواری شرایط نگهداری: فلز $X > Z$

ت: پایداری: فلز $Y > Z$

الف: واکنش پذیری: اکسید $Y > Z$

پ: شدت واکنش با نافلزها: فلز $X > Y$

ث: گرمای تولید شده در واکنش: واکنش $II > I$

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات



۷۰- گلوله ۴۰ گرمی از آلیاژ برنز (مخلوطی از دو فلز مس و قلع) با دمای 70°C به درون ۱۵۰ میلی لیتر آب با دمای 24°C می اندازیم. اگر دمای آب پس از تعادل به 25°C برسد، درصد جرمی مس در این آلیاژ به تقریب چقدر است؟

($c_{\text{قلع}} = 0.125, c_{\text{مس}} = 0.4, c_{\text{آب}} = 4.2: J. ^{\circ}\text{C}^{-1}. g^{-1}$)

۹۱ (۴)

۷۳ (۳)

۸۲ (۲)

۶۵ (۱)

بودجه بندی آزمون مرحله ۸ یازدهم ریاضی

۵ بهمن

$\frac{1}{8}$ نیم سال اول



$\frac{1}{8}$ نیم سال دوم



آمار و احتمال

احتمال فصل ۲
(از ابتدای درس ۲ تا ابتدای قانون
احتمال کل)
صفحه های ۴۴ تا ۵۴

هندسه ۲

تبدیل های هندسی و
کاربردها فصل ۲
(از ابتدای بازتاب تا ابتدای تجانس)
صفحه های ۳۵ تا ۴۳

حسابان ۱

توابع نمایی و لگاریتمی
فصل ۳
(درس ۱ و ۲)
صفحه های ۷۱ تا ۸۵

شیمی

در پی غذای سالم
فصل ۲
(از ابتدای فصل تا ابتدای آنتالپی پیوند، راهی برای
تعیین ΔH واکنش)
صفحه های ۵۱ تا ۶۸

فیزیک

جریان الکتریکی
فصل ۲
(نیروی محرکه الکتریکی و مدارها، توان در
مدارهای الکتریکی و ترکیب
مقاومت ها)
صفحه های ۶۱ تا ۸۲



AzmonVIP



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۰/۲۱



پاسخنامه آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی - مرحله ۷

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	سیدجواد نظری	محمد خانگلدی - خشایار خاکی	حمیدرضا ولی پور - علیرضا کاظمی بقا رضا قانع
فیزیک	عباس غریبی	عباس غریبی - سجاد صادقی زاده	محمدجواد سورچی - نرجس تیمناک علیرضا ملک حسینی - امیر هوشنگ کیانی
شیمی	علی ترابی	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی محمد کهنه پوشی	امیر بصراوی - سجاد سیف اللهی عالیه میرزایی - علی حجازی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

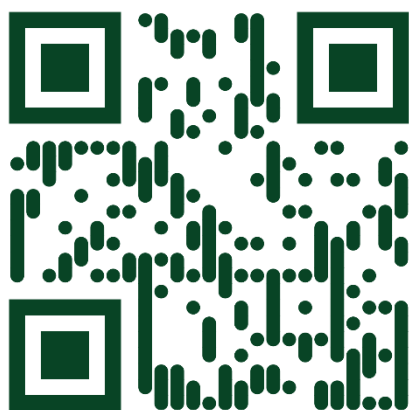


AzmonVIP



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون ها کمک می کنی (:



<https://B2n.ir/y01316>

مازی ها؛ میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)

آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلاً: ۱۱۰۱ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم آدرس سوال

- ۱- مجموع هشت جمله اول دنباله هندسی a_n با جمله اول a و قدرنسبت $a+1$ برابر ۲۵۵ و همچنین مجموع ۱۰ جمله اول دنباله حسابی b_n با جمله اول a نیز برابر ۲۵۵ است. اختلاف جمله اول و دهم b_n کدام می تواند باشد؟

۵۷ (۴)

۵۴ (۳)

۵۱ (۲)

۴۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

نکاتی در مورد جمع دنباله ها:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

مجموع جملات دنباله حسابی:

$$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = \frac{a(q^n-1)}{q-1}$$

مجموع جملات دنباله هندسی:

پاسخ تشریحی:

مجموع هشت جمله اول دنباله هندسی a_n برابر ۲۵۵ است.

$$S_8 = a \left(\frac{q^8 - 1}{q - 1} \right) = a \left(\frac{(a+1)^8 - 1}{a} \right) = (a+1)^8 - 1 = 255 \Rightarrow (a+1)^8 = 256 = 2^8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=2 \\ a+1=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-3 \end{cases}$$

مجموع ده جمله اول دنباله حسابی b_n برابر ۲۵۵ است.

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2a + 9d) = 255 \Rightarrow d = \frac{51-2a}{9} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \rightarrow d = \frac{49}{9} \\ a=-3 \rightarrow d = \frac{57}{9} \end{cases}$$

اختلاف جمله اول و دهم دنباله b_n برابر است با:

$$b_{10} - b_1 = (a + 9d) - a = 9d \Rightarrow \begin{cases} 9d = 49 \\ 9d = 57 \end{cases}$$

فقط ۵۷ در گزینه ها وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

- ۲- مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = 2n^2 + 3n - 7$ محاسبه می شود. چندمین جمله این دنباله مربع جمله دوم است؟

چهارم (۴)

بیستم (۳)

هشتم (۲)

(۱) چهارم

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

نکته زیر در مورد جمع دنباله ها است، این را هم خوب یاد بگیرید:

اگر S_n مجموع n جمله اول یک دنباله و a_n جمله n ام آن باشد، خواهیم داشت:

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

پاسخ تشریحی:

جمله عمومی دنباله را به دست می آوریم: از مون وی ای پی

$$t_n = S_n - S_{n-1} = 2n^2 + 3n - 7 - 2(n-1)^2 - 3(n-1) + 7 = 4n + 1$$

$$t_2 = 9$$

$$t_2^2 = 9^2 = 81 \Rightarrow 4n + 1 = 81 \Rightarrow n = 20$$

بنابراین:

خواهیم داشت:

سوالانت منتخب:

مجموع n جمله اول از یک دنباله عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-3)}{4}$ است. مجموع جملاتی از این دنباله که از جمله بیست و پنجم شروع و به جمله سی و پنجم ختم

شوند، کدام است؟

۱۵۴ (۴)

۱۴۸ (۳)

۱۴۵ (۲)

۱۳۲ (۱)

۳- در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع دو ریشه حقیقی با حاصل ضرب آن‌ها برابر است. اگر مجموع مربعات ریشه‌ها برابر ۳ باشد، مجموع مکعبات ریشه‌ها کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

بیابید با هم در مورد روابط بین ریشه‌ها و ضرایب معادله درجه ۲، بیشتر بدانیم!

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{\Delta \geq 0} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x = \alpha \\ x = \beta \end{cases}$$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad P = \alpha\beta = \frac{c}{a} \quad |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{S^2 - 4P}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} \quad \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P \quad \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$$

پاسخ تشریحی:

$$\alpha + \beta = \alpha\beta \Rightarrow S = P \quad (۱)$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 3 \Rightarrow S^2 - 2P = 3 \xrightarrow{(۱)} P^2 - 2P - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} P = -1 \Rightarrow S = -1 \quad \checkmark \\ P = 3 \Rightarrow S = 3 \quad \times \end{cases}$$

توجه کنید، معادله‌ای که با $P = 3$ و $S = 3$ ساخته می‌شود دارای Δ منفی خواهد بود، پس:

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS = -1 - 3 = -4$$

سوالات منتخب:

اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 + kx - 9 = 0$ و $\alpha + \beta = 1$ و $\alpha\beta = -2$ باشد، مقدار k چقدر است؟

۴ (۴)

۳ (۳) ✓

۲۷ (۲)

۲۷ (۱)

گروه آموزشی ماز

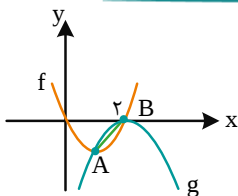
۴- اگر A و B به ترتیب رئوس سهمی f و g بوده و شیب AB برابر ۲ باشد، مجموع ریشه‌های $f - g$ کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

بچه‌ها! اینجا می‌خواهیم بهتون "انواع نوشتن تابع درجه ۲" را بگیم

سه معادله، سه مجهول $\rightarrow$ مختصات ۳ نقطه ۱)

دو ریشه $\rightarrow y = a(x - \alpha)(x - \beta)$ ۲)

مختصات رأس سهمی $\rightarrow y = a(x - x_S)^2 + y_S$ ۳)

پاسخ تشریحی:

صفحه‌های تابع f ، $x = 0$ و $x = 2$ می‌باشند. بنابراین طول رأس سهمی یعنی نقطه A برابر ۱ است. مختصات نقطه B به صورت $(2, 0)$ و شیب AB برابر ۲ است، بنابراین عرض نقطه A برابر ۲- است. ببینید:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow 2 = \frac{0 - y_A}{2 - 1} \Rightarrow y_A = -2$$

$$f(x) = a(x)(x - 2) \xrightarrow{f(1) = -2} -2 = -a \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f(x) = 2x(x - 2)$$

$$g(x) = b(x - 2)^2 \xrightarrow{g(1) = -2} -2 = b \Rightarrow g(x) = -2(x - 2)^2$$

طبق نکته ۲ درسنامه:

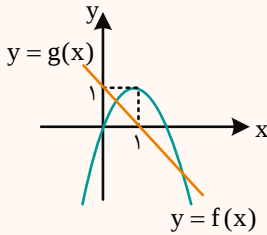
نقطه A در سهمی g قرار دارد، پس:

خواهیم داشت:

$$f - g = 2x(x - 2) + 2(x - 2)^2 = 2(x - 2)(2x - 2) \Rightarrow 2(x - 2)(2x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 3$$

سوالات منتخب:

نمودار تابع با ضابطه‌های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل زیر داده شده است. مجموع جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) ۲ ✓

گروه آموزشی ماز

۵- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^4 + ax^2 + b = 0$ برابر ۹ است. اگر یکی از ریشه‌ها برابر ۱ باشد، مجموع مربعات ریشه‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

واکنش بررسی معادله درجه ۴:

در معادله $at^2 + bt + c = 0 \leftarrow \frac{x^2}{t} = t$ $ax^4 + bx^2 + c = 0$

$$\begin{cases} (\Delta > 0, P > 0, S > 0) \rightarrow \text{ریشه ۴} \\ (\Delta = 0, S > 0) \text{ یا } (P < 0) \rightarrow \text{ریشه ۲} \\ (\Delta < 0) \text{ یا } (\Delta = 0, S < 0) \text{ یا } (\Delta > 0, P > 0, S < 0) \Rightarrow \text{بدون ریشه} \\ (P = 0, S > 0) \Rightarrow \text{ریشه ۳} \end{cases}$$

پاسخ تشریحی:

با فرض $x^2 = k$ خواهیم داشت:
اگر این معادله فقط یک ریشه مثبت k داشته باشد معادله اولیه دارای دو ریشه $\sqrt{k}$ و $-\sqrt{k}$ خواهد بود که حاصل ضرب آن‌ها منفی است. بنابراین معادله درجه ۲ باید دو ریشه مثبت داشته باشد.

$$k^2 + ak + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = \alpha \rightarrow x = \pm\sqrt{\alpha} \\ k = \beta \rightarrow x = \pm\sqrt{\beta} \end{cases}$$

با فرض $\sqrt{\alpha} = 1$ داریم: $\alpha = 1$.

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = (\sqrt{\alpha})(-\sqrt{\alpha})(\sqrt{\beta})(-\sqrt{\beta}) = \alpha\beta = 9 \Rightarrow \beta = 9$$

$$\text{مجموع مربعات ریشه‌ها} = (\sqrt{\alpha})^2 + (-\sqrt{\alpha})^2 + (\sqrt{\beta})^2 + (-\sqrt{\beta})^2 = 2\alpha + 2\beta = 20$$

سوالات منتخب:

اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $2SP - 3P^2$ کدام است؟

- (۱) $59 - 7\sqrt{69}$ (۲) $7 + \sqrt{69}$ (۳) ۵۰ (۴) $59 + 7\sqrt{69}$ ✓

گروه آموزشی ماز

۶- ۵۰ کیلوگرم آب‌نمک با غلظت n درصد موجود است. اگر n کیلوگرم نمک به آن اضافه کنیم غلظت آن ۱۵ درصد افزایش پیدا می‌کند. اختلاف بیشترین و کمترین مقدار n کدام است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۵ (۳) ۷۰ (۴) ۷۵

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

$$\text{مقدار نمک موجود در محلول اولیه} = \frac{n}{100} \times 50 = \frac{n}{2} \text{ (kg)}$$

$$\frac{n + \frac{n}{2}}{50 + n} = \frac{n + 15}{100} \Rightarrow 150 \cdot n = n^2 + 65n + 750 \Rightarrow n^2 - 85n + 750 = 0$$

$$\Rightarrow (n - 10)(n - 75) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = 75 \end{cases}$$

$$75 - 10 = 65$$

بنابراین:

سوالات منتخب:

۱۱ کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم از آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد؟

۰ / ۸ (۴)

✓ ۰ / ۶ (۳)

۰ / ۵ (۲)

۰ / ۴ (۱)

گروه آموزشی ماز

۷- کدام گزینه در مورد ریشه‌های معادله $x^2 - 2x = \sqrt{x+3} + 3$ درست است؟

(۲) دو ریشه مثبت دارد.

(۱) فقط یک ریشه مثبت دارد.

(۴) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

(۳) ریشه حقیقی ندارد.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

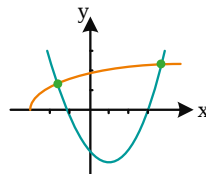
اینم فوت کوزه‌گری حل سوال:

در برخی از معادلات که تعداد ریشه‌ها خواسته شده می‌توان از رسم استفاده نمود و معادله را به صورت هندسی حل کرد.

پاسخ تشریحی:

به روش هندسی عمل می‌کنیم:

$$x^2 - 2x - 3 = \sqrt{x+3} \Rightarrow \begin{cases} y = \sqrt{x+3} \\ y = x^2 - 2x - 3 = (x+1)(x-3) \end{cases}$$



معادله یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

سوالات منتخب:

معادله $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ از نظر تعداد جواب‌ها چگونه است؟

✓ (۴) جواب ندارد.

(۳) دو جواب با علامت مخالف

(۲) دو جواب هم‌علامت

(۱) یک جواب

گروه آموزشی ماز

۸- معادله $|x - a| + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 4$ دارای دو ریشه حقیقی است. a چند عدد صحیح می‌تواند باشد؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

اینک ایستگاه "بررسی ریشه‌های معادله" $|x - \alpha| + |x - \beta| = k$ ($\alpha < \beta$)

در معادله $|x - \alpha| + |x - \beta| = k$ داریم:

$$\begin{cases} k > |\alpha - \beta| & \text{دو ریشه حقیقی} \\ k = |\alpha - \beta| & \text{بی‌شمار ریشه حقیقی} \\ k < |\alpha - \beta| & \text{بدون ریشه} \end{cases} \quad x \in [\alpha, \beta]$$

پاسخ تشریحی:

$$|x - a| + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 4 \Rightarrow |x - a| + \sqrt{(x+2)^2} = 4 \Rightarrow |x - a| + |x + 2| = 4$$

این معادله به شرطی دارای دو ریشه حقیقی است که:

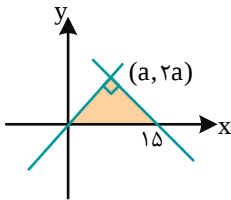
$$|a - (-2)| < 4 \Rightarrow |a + 2| < 4 \Rightarrow -4 < a + 2 < 4 \Rightarrow -6 < a < 2 \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a \in \{-5, -4, \dots, 0, 1\}$$

به ازای ۷ مقدار صحیح a این معادله دارای دو ریشه حقیقی است.

سوالات منتخب:

- نمودارهای دو تابع $y = x + 7$ و $y = |x - 2| + |x + 1|$ ، در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB کدام است؟
- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) $10\sqrt{2}$ ✓

گروه آموزشی ماز



۹- در شکل مقابل، مساحت مثلث رنگی کدام است؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۳۰
(۳) ۴۰
(۴) ۴۵

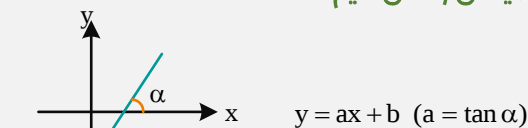
پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

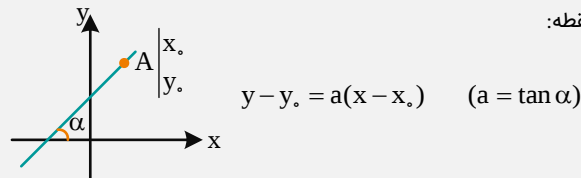
تو این سری نکات، بهتون در مورد "معادله خط" و "شیب خطوط" توضیحاتی ارائه می‌دهیم:

نکته ۱: معادله خط

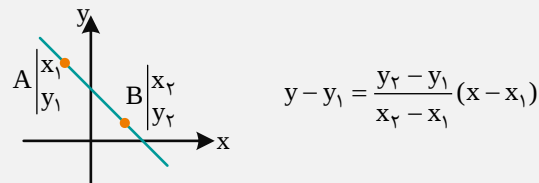
(۱) نوشتن معادله خط با معلوم بودن شیب و عرض از مبدأ:



(۲) نوشتن معادله خط با معلوم بودن شیب و مختصات یک نقطه:



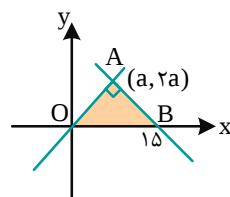
(۳) نوشتن معادله خط با معلوم بودن مختصات دو نقطه:



نکته ۲:

دو خط موازی: هرگاه شیب دو خط با هم برابر باشد آن دو خط با هم موازی هستند و برعکس.
دو خط عمود بر هم: دو خط غیرموازی با محورهای مختصات بر هم عمودند هرگاه حاصل ضرب شیب‌های آن‌ها برابر -۱ باشد و برعکس.

پاسخ تشریحی:



OA و AB برهم عمودند. بنابراین:

$$\text{شیب } OA = \frac{2a - 0}{a - 0} = 2$$

$$m_{OA} \cdot m_{AB} = -1 \Rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{2}$$

مختصات نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} AB: y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 15) \Rightarrow y = -\frac{x}{2} + \frac{15}{2} \\ OA: y = 2x \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{OA و AB را قطع می‌دهیم}} 2x = -\frac{x}{2} + \frac{15}{2} \Rightarrow \frac{5}{2}x = \frac{15}{2} \Rightarrow x_A = 3 \Rightarrow y_A = 6$$

$$S = \frac{6 \times 15}{2} = 45$$

عرض نقطه A، ارتفاع مثلث و OB قاعده آن است. آزمون وی ای بی

گروه آموزشی ماز

۱۰- فاصله نقطه $A(2, -3)$ از مبدأ مختصات و خط $2x + 3y = k$ برابر است. مقدار مثبت k کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

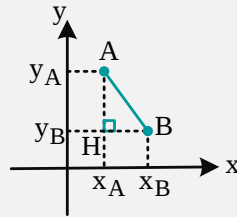
(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱: فاصله دو نقطه:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

اگر A و B هم‌عرض باشند. $AB = |x_A - x_B|$
اگر A و B هم‌طول باشند. $AB = |y_A - y_B|$



نکته ۲:

فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط به معادله $ax + by + c = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

پاسخ تشریحی:

فاصله A از مبدأ مختصات:

فاصله A از خط داده شده:

$$OA = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$AH = \frac{|(2 \times 2) + (3)(-3) - k|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \sqrt{13} \Rightarrow |-5 - k| = 13 \Rightarrow |k + 5| = 13 \Rightarrow k + 5 = \pm 13 \Rightarrow \begin{cases} k = 8 \\ k = -18 \end{cases}$$

سوالات منتخب:

اگر نقطه $A(2, -3)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع، $4x + 3y = 9$ باشد، مساحت مربع چقدر است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

✓ ۴ (۲)

۲ (۱)

گروه آموزشی ماز

۱۱- تابع $f(x) = x^2 - 4x + 7$ با دامنه $\mathbb{R}$ مفروض است. کدام گزینه می‌تواند «هم‌دامنه» این تابع باشد؟

$[0, 2]$ (۴)

$(-\infty, 3]$ (۳)

$[3, 10]$ (۲)

$[3, +\infty)$ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

اینم یه نکته کوچیک در مورد هم‌دامنه تابع:

هم‌دامنه تابع را می‌توان هر مجموعه دلخواهی که برد تابع، زیرمجموعه آن است، در نظر گرفت.

پاسخ تشریحی:

ابتدا برد تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$$

$$(x - 2)^2 \geq 0 \Rightarrow (x - 2)^2 + 3 \geq 3 \Rightarrow R_f = [3, +\infty)$$

برد تابع باید زیرمجموعه هم‌دامنه باشد، بنابراین گزینه ۱ درست است.

گروه آموزشی ماز

۱۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{|x| - |x|} + x$ در محدوده $[-2, 2]$ به چه شکلی است؟

(۲) دو پاره‌خط به طول $\sqrt{2}$

(۴) چهار پاره‌خط به طول $\sqrt{2}$

(۱) سه نقطه بر روی نیمساز ربع اول

(۳) پنج نقطه بر روی نیمساز ربع اول و سوم

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



ویژگی‌های جزء صحیح رو که خوب بلدین دیگه!!!



$$0 \leq x - [x] < 1$$

$$[x + n] = [x] + n ; n \in \mathbb{Z}$$

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$[f(x)] \in \mathbb{Z}$$

پاسخ شریعی:

ابتدا دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$[x] - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq [x]$$

جواب نامعادله فوق اعداد حسابی می‌باشد. بنابراین چون فقط محدوده $[-2, 2]$ مدنظر است، پس:

$$D_f = \{0, 1, 2\}$$

خواهیم داشت:

$$f = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2)\}$$

در نتیجه گزینه ۱ درست است.

سوال‌ات منتخب:

اگر $f(x) = x - [x]$ ، آنگاه برد تابع $g(x) = f(2x - 3) - 2f(x)$ کدام است؟

$$\{0, 1\} \quad (4)$$

$$\checkmark \{-1, 0\} \quad (3)$$

$$\{0, 2\} \quad (2)$$

$$\{-1, 2\} \quad (1)$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- دامنه تابع $y = \frac{[x]}{\sqrt{4 - [x]^2}}$ به کدام صورت است؟

$$[a, b] \quad (4)$$

$$(a, b] \quad (3)$$

$$[a, b) \quad (2)$$

$$(a, b) \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



نکته زیر رو می‌دونستی؟!

اگر a و b اعداد صحیح باشند، خواهیم داشت:

$$a \leq [x] \leq b \Rightarrow a \leq x < b + 1$$

پاسخ شریعی:

عبارت زیر رادیکال در مخرج کسر باید مثبت باشد.

$$4 - [x]^2 > 0 \Rightarrow [x]^2 < 4 \Rightarrow -2 < [x] < 2 \Rightarrow -1 \leq [x] \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x < 2 \Rightarrow D_f = [-1, 2)$$

گزینه ۲ درست است.

گروه آموزشی ماز

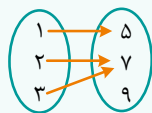


۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی a تابع $f(x) = ax + |2x - 1|$ وارون پذیر نیست؟
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

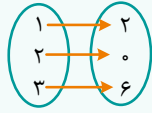
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

تعریف تابع یک به یک:

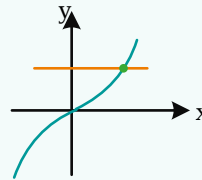
تابعی یک به یک است که در آن به هر عضو برد دقیقاً یک عضو دامنه نسبت داده شود.



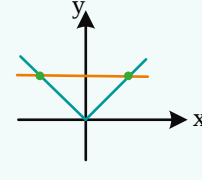
یک به یک نیست. ✗



یک به یک هست. ✓



یک به یک هست. ✓



یک به یک نیست. ✗

در تابع یک به یک: خط موازی محور x ها آن را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.
در تابع یک به یک: به هر عضو هم دامنه حداکثر یک پیکان وارد می شود.
شرط وارون پذیری، یک به یک بودن است.

پاسخ شریعی:

تابع را به صورت دوضابطه ای می نویسیم:

$$f(x) = ax + |2x - 1| = \begin{cases} (a+2)x - 1 & x \geq \frac{1}{2} \\ (a-2)x + 1 & x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

اگر شیب این دو خط غیرهم علامت باشد، نمودار به صورت و یا خواهد شد و یک به یک نخواهد بود. در حالتی که شیب هر یک صفر باشد نیز تابع غیر یک به یک و وارون ناپذیر است. بنابراین:

$$(a+2)(a-2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq a \leq 2 \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a \in \{1, 2\}$$

a می تواند دو مقدار طبیعی بپذیرد.

سوالات منتخب:

تابع با ضابطه $f(x) = 2x - |4 - 2x|$ در بازه ای وارون پذیر است. ضابطه $f^{-1}(x)$ در آن بازه کدام است؟

✓ $\frac{1}{4}x + 1; x \leq 4$ (۴)

$\frac{1}{4}x - 1; x \geq 4$ (۳)

$\frac{1}{4}x - 1; x \leq 4$ (۲)

$\frac{1}{4}x + 1; x \geq 4$ (۱)

گروه آموزشی ماز

۱۵- ضابطه وارون تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ با دامنه $(-\infty, 1]$ کدام است؟

$y = 1 + \sqrt{1-x}$ (۲)

$y = 1 - \sqrt{x+1}$ (۱)

$y = 1 - \sqrt{1-x}$ (۴)

$y = 1 + \sqrt{x+1}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

محاسبه وارون یک تابع یک به یک چگونه است؟

$$\begin{aligned} D_{f^{-1}} &= R_f \\ R_{f^{-1}} &= D_f \end{aligned}$$

جای x و y را عوض کرده و معادله را برحسب x مرتب می کنیم:

روش اول:

ابتدا x را برحسب y به دست می آوریم. می دانیم $x \leq 1$ و در نتیجه $x - 1 \leq 0$ است.

$$y = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1 \Rightarrow (x-1)^2 = 1-y \Rightarrow x-1 = \pm\sqrt{1-y} \xrightarrow{x-1 \leq 0} x-1 = -\sqrt{1-y} \Rightarrow x = 1 - \sqrt{1-y}$$

حال با عوض کردن جای x و y تابع وارون را به دست می آوریم:

$$y^{-1} = 1 - \sqrt{1-x}$$

روش دوم:

$$\left. \begin{aligned} f(1) = 1 &\Rightarrow f^{-1}(1) = 1 \\ f(0) = 0 &\Rightarrow f^{-1}(0) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{فقط گزینه ۴ درست است.}$$

سوالات منتخب:

ضابطه معکوس تابع $y = 2 - \sqrt{x-1}$ به کدام صورت است؟

$$y = -x^2 + 4x - 5; x \leq 2 \quad (2)$$

$$\checkmark y = x^2 - 4x + 5; x \leq 2 \quad (1)$$

$$y = -x^2 + 4x - 5; x \geq 1 \quad (4)$$

$$y = x^2 - 4x + 5; x \geq 1 \quad (3)$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $f - g = \{(a, 2), (2, 0), (3, 4)\}$ و $\frac{f}{g} = \{(2, a), (3, 3a)\}$ باشد، تابع f کدام می تواند باشد؟

$$f = \{(1, 0), (3, 6)\} \quad (2)$$

$$f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\} \quad (1)$$

$$f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 6), (4, 6)\} \quad (4)$$

$$f = \{(1, 1), (2, 1), (3, 2)\} \quad (3)$$

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

و اینک اعمال جبری روی توابع

به طور کلی، اگر f و g دو تابع باشند توابع $f + g$ ، $f - g$ ، $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) \quad D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}; g(x) \neq 0 \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\}$$

بررسی گزینه ها:

به دلیل وجود زوج مرتب $(2, 0)$ در تابع $f - g$ مشخص می شود $f(2) = g(2)$ می باشد. بنابراین:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$(3, 3) \in \frac{f}{g} \Rightarrow \frac{f(3)}{g(3)} = 3 \Rightarrow f(3) = 3g(3)$$

خواهیم داشت:

$$(3, 4) \in f - g \Rightarrow f(3) - g(3) = 4 \Rightarrow 3g(3) - g(3) = 4 \Rightarrow g(3) = 2 \xrightarrow{f(3)=3g(3)} f(3) = 6$$

گزینه های ۱ و ۳ رد می شوند.

زوج مرتب $(1, 2)$ در $f - g$ موجود است ولی زوج مرتبی با مولفه اول ۱ در $\frac{f}{g}$ وجود ندارد. این نشان می دهد $g(1) = 0$ می باشد. بنابراین:

$$(f - g)(1) = 2 \Rightarrow f(1) - g(1) = 2 \Rightarrow f(1) - 0 = 2 \Rightarrow f(1) = 2$$

گزینه ۲ رد می شود.

دقت داشته باشید زوج مرتب $(4, 6)$ در f مشکلی ایجاد نمی کند و بیانگر آن است که در تابع g زوج مرتبی با مولفه اول ۴ وجود ندارد.

گروه آموزشی ماز

۱۷- توابع $f(x) = x^2 - 2x + 2$ و $g \circ f(x) = \frac{x^2}{2} - x + 2$ مفروضند. حاصل $f \circ g^{-1}(0)$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

ترکیب توابع:



تعریف:

دامنه:

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

بیان دامنه به زبانی دیگر:

$$D_{f \circ g} = ? \Rightarrow \begin{cases} ۱) x \in D_g \\ ۲) g(x) \in D_f \end{cases} \text{ اشتراک:}$$

نکته:

اگر f تابعی وارون پذیر باشد، داریم:

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا ضابطه تابع g را به دست می آوریم:

$$f(x) = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow x^2 - 2x = f(x) - 2 \xrightarrow{+2} \frac{x^2}{2} - x = \frac{f(x)}{2} - 1$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = \frac{x^2}{2} - x + 2 = \frac{f(x)}{2} + 1 \Rightarrow g(x) = \frac{x}{2} + 1$$

$$g^{-1}(0) = k \Rightarrow g(k) = 0 \Rightarrow \frac{k}{2} + 1 = 0 \Rightarrow k = -2 \Rightarrow g^{-1}(0) = -2$$

خواهیم داشت:

$$f \circ g^{-1}(0) = f(g^{-1}(0)) = f(-2) = 4 + 4 + 2 = 10$$

بنابراین:

سوالات منتخب:



اگر $f(x) = 2x$ و $g \circ f(x) = 5x^2 + 11$ باشد، کمترین مقدار $g(x-7)$ چقدر است؟

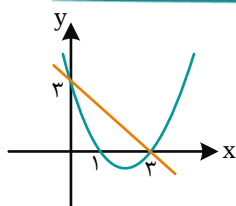
۱۱ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)

گروه آموزشی ماز



۱۸- تابع خطی f و سهمی $f \circ g$ رسم شده است. $(f \circ g)(2)$ کدام است؟

صفر (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

-۲ (۴)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

تابع خطی f از نقاط $(0, 3)$ و $(3, 0)$ عبور کرده است. بنابراین ضابطه آن به صورت $f(x) = -x + 3$ می باشد.

$x = 3$ و $x = 1$ صفرهای سهمی $f \circ g$ می باشند.

$$f \circ g(x) = a(x-1)(x-3) \xrightarrow{f \circ g(0)=3} 3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$\left. \begin{aligned} f \circ g(x) &= (x-1)(x-3) \Rightarrow f(g(x)) = x^2 - 4x + 3 \\ f(x) &= -x + 3 \Rightarrow f(g(x)) = -g(x) + 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = -g(x) + 3 \Rightarrow g(x) = -x^2 + 4x \Rightarrow g(2) = 4$$

$$(f \circ g)(2) = f(g(2)) = 1 \times 4 = 4$$

خواهیم داشت:

گروه آموزشی ماز

۱۹- اگر $f(x) = 3 \times 2^{2x+3} + 2$ باشد، $f^{-1}(\frac{19}{8})$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴) -۳

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

اگر $f^{-1}(\frac{19}{8}) = k$ باشد، خواهیم داشت: $f(k) = \frac{19}{8}$

$$\Rightarrow 3 \times 2^{2k+3} + 2 = \frac{19}{8} \Rightarrow 3 \times 2^{2k+3} = \frac{3}{8} \Rightarrow 2^{2k+3} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$$

$$\Rightarrow 2k+3 = -3 \Rightarrow 2k = -6 \Rightarrow k = -3$$

سوالانت منتخب:

نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $2b - a$ کدام است؟

- (۱) ۳ ✓ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

گروه آموزشی ماز

۲۰- مجموع ریشه‌های معادله $8 \times 3^x + 9 \times 2^x = 6^x + 72$ کدام است؟

- (۱) ۴/۵ (۲) ۵ (۳) ۵/۵ (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۳)

پرده بعدی نمایش، "ویژگی‌های توان‌های حقیقی"

اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت و مخالف یک x و y دو عدد حقیقی باشند، آنگاه داریم:

- ۱) $a^0 = 1$ ۲) $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$ ۳) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ ۴) $(a^x)^y = a^{xy}$
۵) $(ab)^x = a^x b^x$ ۶) $(\frac{a}{b})^x = \frac{a^x}{b^x}$ ۷) $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

پاسخ تشریحی:

$$8 \times 3^x + 9 \times 2^x = 6^x + 72 \Rightarrow 6^x - 8 \times 3^x - 9 \times 2^x + 72 = 0 \Rightarrow 3^x(2^x - 8) - 9(2^x - 8) = 0$$

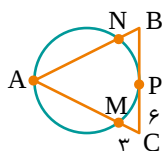
$$\Rightarrow (3^x - 9)(2^x - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \Rightarrow x_1 = 2 \\ 2^x = 8 \Rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = 5$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲۱- در مثلث متساوی‌الساقین $\triangle ABC$ ($AB = AC$)، ضلع BC در نقطه P دایره مماس است. اگر محیط این مثلث برابر ۴۰ باشد، طول BN کدام است؟



$$\frac{12}{100} \quad (2)$$

$$\frac{100}{12} \quad (1)$$

$$\frac{6}{100} \quad (4)$$

$$\frac{100}{6} \quad (3)$$

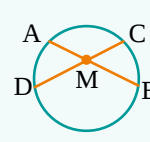
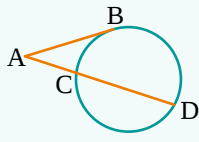
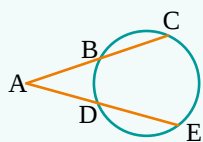
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

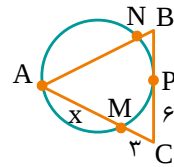
رابطه‌های طولی در دایره:

I: $AB \times AC = AD \times AE$

II: $AB^2 = AC \times AD$

III: $AM \times MB = DM \times MC$




$$(٢) \text{ رابطة طولی } \Rightarrow (CM) \times (CA) = CP^2 \Rightarrow ٣ \times (x + ٣) = ٦^2 \Rightarrow x = ٩ \Rightarrow AC = AB = ١٢$$

از طرفی، چون محیط این مثلث برابر ۴۰ است، پس داریم: $از طرفی، چون محیط این مثلث برابر ۴۰ است، پس داریم:$

$$AB + AC + BC = 40 \Rightarrow BC = 16 \Rightarrow BP + 6 = 16 \Rightarrow BP = 10$$

$$(٢) \text{ رابطة طولی (BP)}^2 = \text{BN} \times \text{AB} \Rightarrow ١٠٠ = \text{BN} \times ١٢ \Rightarrow \text{BN} = \frac{١٠٠}{١٢}$$

گروه آموزشی ماز

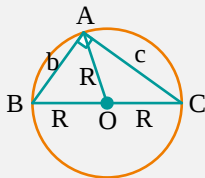
۲۲- در یک مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره محیطی برابر ۲۰ و شعاع دایره محاطی داخلی ۵ است و جمع اضلاع قائمه مثلث برابر ۳۰ است. مساحت مثلث کدام است؟

۱۷۵ (۱)

180 (2)

۱۳۵ (۳)

۱۵۵ (۴



پاسخ: گزینه ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۱)

شعاع دایره محیطی:

در هر مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایرهٔ محیطی مثلث برابر نصف وتر است.

شعاع دایره محاطی داخلی:

شعاع دایره محاطی داخلی (r) از رابطه $r = \frac{S}{P}$ به دست می‌آید. (P نصف محیط است).

پاسخ تشریحی:

$a = 40$ وتر $\Rightarrow R = 20$ شعاع دایره محیطی

$$r = \frac{S}{P} = 5 \Rightarrow S = 5P \Rightarrow S = 5 \times \frac{1}{2} (40 + 30) = 175$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- شعاع دایره محاطی خارجی یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $4\sqrt{3}$ کدام است؟

۱۲ (۱)

٤ (٢

18 (3)

3 (4)

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

شعاع دایره محاطی داخلی رو گفتیم، خوبه که "شعاع دایره محاطی خارجی" رو هم بیگیم!

شعاع دایره محاطی خارجی هر مثلث از رابطه $r_a = \frac{S}{p-a}$ به دست می آید.

پاسخ تشریحی:

$$S = a^r \frac{\sqrt{r}}{r} = (r \times \sqrt{r})^r \times \frac{\sqrt{r}}{r} = 12\sqrt{r}$$

$$P \text{ نصف محيط} = 4 \times \sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow r_a = \frac{12\sqrt{3}}{6\sqrt{3} - 4\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 6$$

گروه آموزشی ماز

۲۴ - چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) بازتاب محوری لزوماً حافظ شیب خطوط نیست.
(ب) بازتاب محوری تبدیلی طولپا نیست.
(ج) بازتاب محوری نقطه ثابت ندارد.
(د) بازتاب محوری جهت شکل را حفظ نمی‌کند.

(۱) ۱ مورد (۲) ۲ مورد (۳) ۳ مورد (۴) هیچ کدام

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

بچه‌ها نکته زیر رو در مورد بازتاب خوب به خاطر بسپارید:

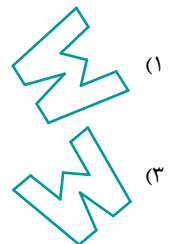
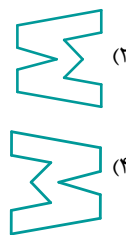
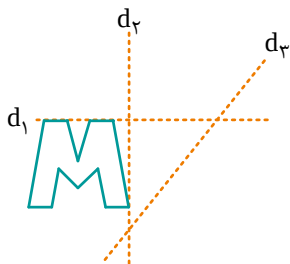
هر نقطه روی محور بازتاب، بازتاب یافته‌اش خودش می‌شود، پس بی‌شمار نقطه ثابت در بازتاب محوری داریم.

پاسخ تشریحی:

دو مورد (الف) و (د) درست هستند.

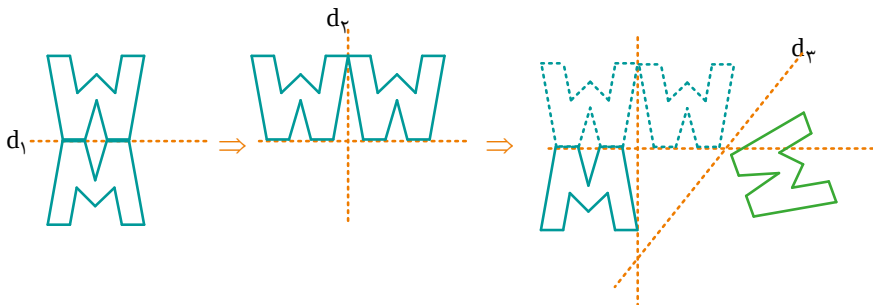
گروه آموزشی ماز

۲۵ - بازتاب شکل به ترتیب نسبت به محورهای d_1 و d_2 و d_3 در کدام گزینه دیده می‌شود؟



پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:



گروه آموزشی ماز

۲۶ - در جدول ارزش گذاری $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge r)$ یک ردیف را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه ردیف انتخاب شده درست باشد، چند برابر احتمال اینکه نادرست باشد، است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{4}{5}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - ترکیبی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

مواظب باش این نکات از قلم نیفتد!!

نکته ۱:

جدول ارزش گزاره‌ها برای n گزاره دارای 2^n ردیف است.

نکته ۲:

همواره داریم: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

پاسخ تشریحی:

ابتدا با استفاده از هم‌ارزی $(p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q)$ گزاره داده شده را به گزاره $(p \vee q) \wedge (p \wedge r)$ تبدیل می‌کنیم و جدول ارزش گزاره‌های آن را می‌نویسیم:
 $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \wedge r)$

p	q	r	$p \vee q$	$p \wedge r$	$(p \vee q) \wedge (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	د	د	د	د
ن	د	د	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن

$$\begin{aligned} \text{احتمال درست بودن} &= \frac{2}{8} \\ \text{احتمال نادرست بودن} &= \frac{6}{8} \end{aligned} \Rightarrow \frac{\text{درست}}{\text{نادرست}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- در پرتاب ۵ تاس، احتمال اینکه از این ۵ تاس، ۳ تای آن‌ها عدد مشابه داشته باشند، کدام است؟

$\frac{6}{19}$ (۴)

$\frac{4}{27}$ (۳)

$\frac{3}{19}$ (۲)

$\frac{25}{81}$ (۱)

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

تعداد حالات جایگشت n شیء به طوری که α تای آن‌ها از نوع اول، β تای آن‌ها از نوع دوم و ... باشد، طبق جایگشت با تکرار برابر است با:

$$\frac{n!}{\alpha! \times \beta! \times \dots}$$

پاسخ شریعی:

اعداد رو شده در پرتاب این ۵ تاس را می‌توان همانند یک عدد ۵ رقمی با ارقام ۱ تا ۶ در نظر گرفت که باید ۳ تا از ارقام آن مشابه هم باشند. بنابراین برای رقم اول ۶ حالت و برای رقم دوم و سوم یک حالت را در نظر می‌گیریم. حال برای رقم چهارم ۵ حالت و برای رقم آخر ۴ حالت داریم و در آخر این ارقام به $\frac{5!}{3!} = 20$ حالت می‌توانند جایگشت داشته باشند:

تعداد حالاتی که ۵ تاس دارای ۳ عدد مشابه باشند: $\frac{5!}{3!} \times 6 \times 1 \times 1 \times 4 = 240$

$6^5 =$ تعداد حالات پرتاب ۵ تاس

احتمال $= \frac{240}{6^5} = \frac{25}{81}$

گروه آموزشی ماز

۲۸- سکه‌ای به شعاع ۵ سانتی‌متر در اختیار داریم. می‌خواهیم این سکه را روی یک صفحه مربعی شکل به ضلع ۲۰ سانتی‌متر پرتاب کنیم. احتمال اینکه این سکه به طور کامل روی این صفحه قرار بگیرد، کدام است؟

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

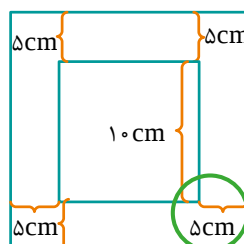
(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ شریعی:

مطابق شکل، اگر بخواهیم سکه به طور کامل روی این صفحه قرار بگیرد باید فاصله مرکز سکه تا هر یک از اضلاع مربع کمتر از ۵ نشود، درواقع حالت مطلوب در این مساله یک مربع به ضلع ۱۰ سانتی‌متر است.

احتمال $= \frac{\text{مساحت مربع به ضلع } 10}{\text{مساحت مربع به ضلع } 20} = \frac{10 \times 10}{20 \times 20} = \frac{100}{400} = \frac{1}{4}$



۲۹- نمودار $(\mathbb{R} - \{1, 2\}) \times (\{3, 4, 5\})$ از چند پاره خط و چند نیم خط تشکیل شده است؟

- (۱) سه پاره خط و ۲ نیم خط
(۲) ۲ پاره خط و ۲ نیم خط
(۳) سه پاره خط و ۶ نیم خط
(۴) ۴ پاره خط و ۲ نیم خط

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

نکته ۱:

در ضرب دکارتی ۲ مجموعه اگر A و B دو مجموعه گسسته باشند: $A \times B$ و $B \times A$ هر دو به شکل چند نقطه در صفحه مختصات هستند.

نکته ۲:

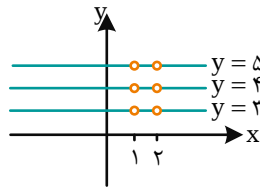
اگر یکی از ۲ مجموعه A یا B پیوسته باشند، نمودار $A \times B$ یا $B \times A$ به شکل چند خط افقی یا قائم خواهد بود.

نکته ۳:

اگر هر دو مجموعه A و B پیوسته باشند، نمودار $A \times B$ و $B \times A$ به شکل سطح یک شکل هندسی خواهند بود.

پاسخ تشریحی:

$$(\mathbb{R} - \{1, 2\}) \times (\{3, 4, 5\}) = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R} - \{1, 2\} \wedge y \in \{3, 4, 5\}\}$$



گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر $A_i = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{n}{3} \geq i \wedge 2^n \leq 160 \right\}$ ، مجموعه $A_4 \times A_2$ چند عضو بیشتر از $A_1 \times A_3$ دارد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (صفر)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

$$i=2 \Rightarrow A_2 = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{n}{3} \geq 2 \wedge 2^n \leq 160 \right\} = \{6, 7\}$$

$$i=4 \Rightarrow A_4 = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{n}{3} \geq 4 \wedge 2^n \leq 320 \right\} = \{ \}$$

بنابراین، مجموعه $A_4 \times A_2$ تهی است.

$$i=1 \Rightarrow A_1 = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{n}{3} \geq 1 \wedge 2^n \leq 160 \right\} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$i=3 \Rightarrow A_3 = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{n}{3} \geq 3 \wedge 2^n \leq 240 \right\} = \{ \}$$

بنابراین مجموعه $A_1 \times A_3$ نیز تهی است. پس این دو مجموعه هر دو دارای صفر عضو هستند و مجموعه $A_4 \times A_2$ صفر عضو بیشتر از مجموعه $A_1 \times A_3$ دارد.

گروه آموزشی ماز



و اما بریم سراغ جمع بندی از نیمسال اول حسابان ۱ (صفحات ۹ تا ۲۹) هندسه ۲ (صفحات ۹ تا ۳۸) آمار و احتمال (صفحات ۴۲ تا ۴۷)

مجموع جملات دنباله ها

مجموع جملات دنباله حسابی $\leftarrow S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

مجموع جملات دنباله هندسی $\leftarrow S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$

فرم کلی

$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$

تعداد جواب ها

دو ریشه متمایز $\Delta > 0$

یک ریشه مضاعف $\Delta = 0$

جواب ندارد $\Delta < 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

روش کلی: $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} : a + b + c = 0$

$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a} : a + c = b$

جمع ضرایب

روش سریع

روش های حل

تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک

$x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow[\alpha\beta=c]{\alpha+\beta=b} (x+\alpha)(x+\beta) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -\alpha \\ x_2 = -\beta \end{cases}$

تغییر متغیر $\leftarrow$ معادلات را به معادله درجه دو تبدیل می کنیم.

معادله درجه دوم

روابط بین ریشه های x_1, x_2

جمع (S) $\leftarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$

ضرب (P) $\leftarrow x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

اختلاف $\leftarrow |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

روابط متقارن $\leftarrow \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P \\ x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3SP \end{cases}$

دو ریشه مثبت $\Delta > 0, P > 0, S > 0$

دو ریشه منفی $\Delta > 0, P > 0, S < 0$ $\leftarrow$ شرط

یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی $P < 0$

علامت ریشه ها



سهمی به معادله

$$y = ax^2 + bx + c$$

$(a \neq 0)$

دهانه سهمی

$a > 0$ ← رو به بالا

$a < 0$ ← رو به پایین

برخورد با محور x ها

$\Delta > 0$ ← در دو نقطه

$\Delta = 0$ ← در یک نقطه (مماس)

$\Delta < 0$ ← قطع نمی‌کند.

رأس سهمی (S)

ویژگی

بیشترین مقدار ($a < 0$) و یا کمترین مقدار ($a > 0$) تابع در این نقطه است.

طول ← $x_S = \frac{-b}{2a}$

عرض یا مقدار ← $y_S = \frac{-\Delta}{4a}$

معادله محور تقارن

$x = x_S$ (طول رأس)

معادلات گنگ و گویا

گویا

به کمک مخرج مشترک گیری و طرفین وسطین معادله را حل می‌کنیم.

از جواب‌های به دست آمده، ریشه‌های مخرج را حذف می‌کنیم.

گنگ

رادیکال را در یک طرف تنها می‌کنیم و طرفین را به توان دو می‌رسانیم.

جواب‌های به دست آمده را باید در معادله اولیه جای گذاری کنیم.

قدر مطلق و ویژگی‌های آن

معادلات قدر مطلق

برای عبارت داخل قدر مطلق هر دو حالت مثبت و منفی را در نظر می‌گیریم.

توابع قدر مطلق

رسم به کمک بازه‌بندی



هندسه تحلیلی

قرینه نقطه $A(a, b)$

- نسبت به محور x ها $A'(a, -b)$
- نسبت به محور y ها $A'(-a, b)$
- نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم $A'(b, a)$
- نسبت به نیمساز ناحیه دوم و چهارم $A'(-b, -a)$
- نسبت به نقطه $B(\alpha, \beta)$ $A'(2\alpha - a, 2\beta - b)$

فاصله دو نقطه

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \leftarrow B(x_2, y_2), A(x_1, y_1)$$

مختصات نقطه وسط پاره خط

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) \leftarrow B(x_2, y_2), A(x_1, y_1)$$

شیب

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \leftarrow B(x_2, y_2), A(x_1, y_1) \text{ شیب خط گذرنده از دو نقطه}$$

شیب دو خط عمود $\leftarrow$ قرینه و معکوس یکدیگرند.

معادله خط

$$ax + by + c = 0 \leftarrow \text{فرم ضمنی معادله خط}$$

$$y = mx + b \leftarrow \text{فرم صریح معادله خط}$$

عرض از مبدأ $\rightarrow$ شیب

$$y - y_0 = m(x - x_0) \leftarrow \text{نوشتن معادله خط گذرنده از نقطه } A(x_0, y_0) \text{ با شیب } m$$

فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله دو خط موازی $ax + by + c' = 0, ax + by + c = 0$

$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

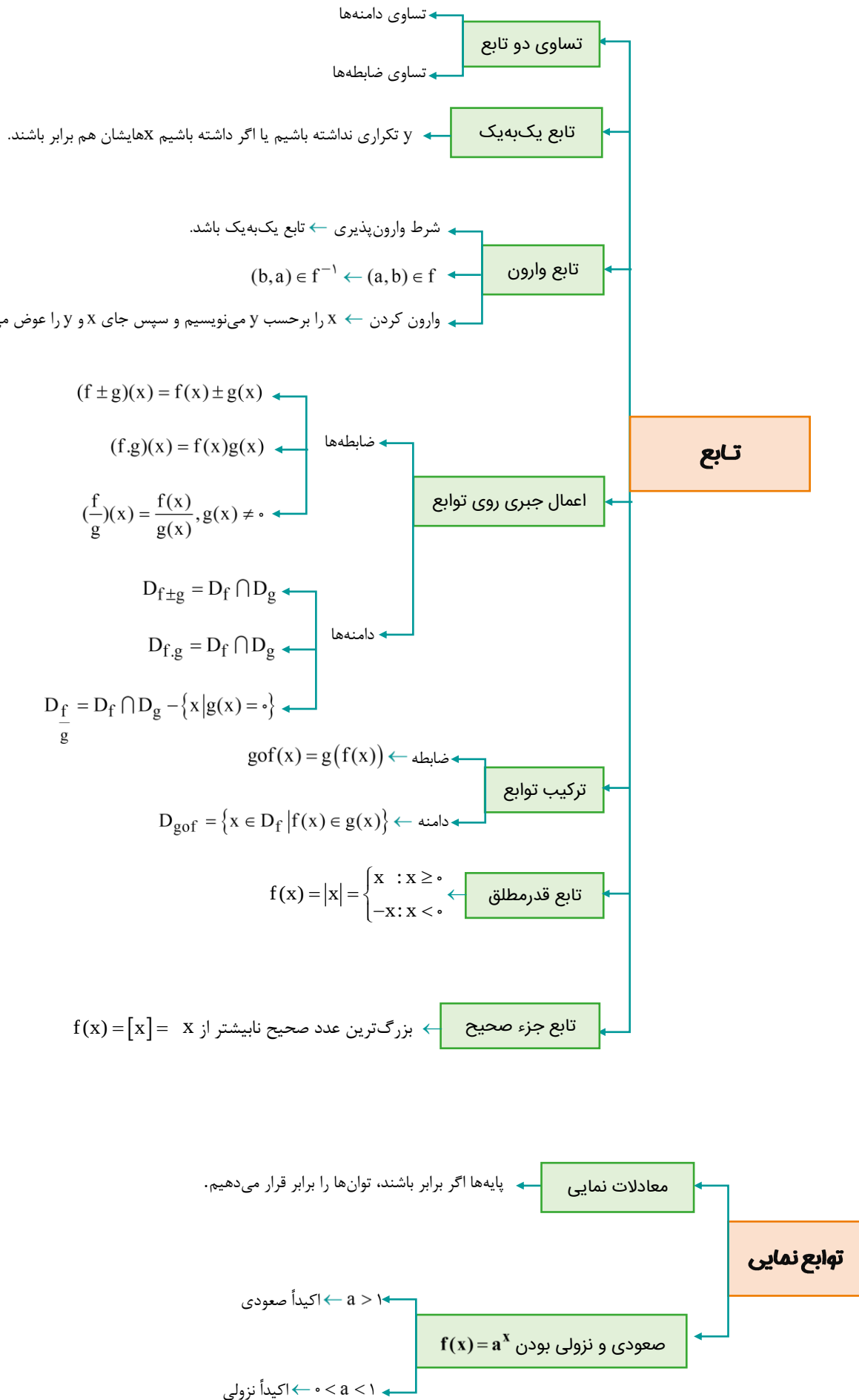
وضعیت دو خط به معادله‌های

$$a'x + b'y + c' = 0, ax + by + c = 0$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \leftarrow \text{منطبق}$$

$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \leftarrow \text{متقاطع}$$

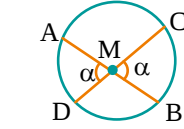
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \leftarrow \text{موازی}$$



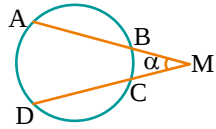


- مرکزی ← برابر کمان مقابل
- محاطی ← نصف کمان مقابل
- ظلی ← برابر نصف کمان مقابل

زاویه‌ها در دایره



$$\alpha = \frac{\widehat{AD} + \widehat{BC}}{2}$$



$$\alpha = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2}$$

زاویه‌های ایجاد شده توسط وترها

دایره

وترهای مساوی

- کمان‌های مساوی ایجاد می‌کنند.
- فاصله‌شان از مرکز دایره یکسان است.

وترهای نامساوی

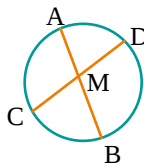
- وتر بزرگتر به مرکز دایره نزدیک‌تر است.

قطر عمود بر وتر

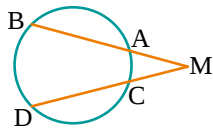
- وتر و کمان‌های نظیرش را نصف می‌کند.

وترهای موازی

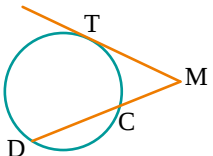
- کمان‌های محصور بین آن‌ها با هم برابرند.



$$MA \times MB = MC \times MD$$

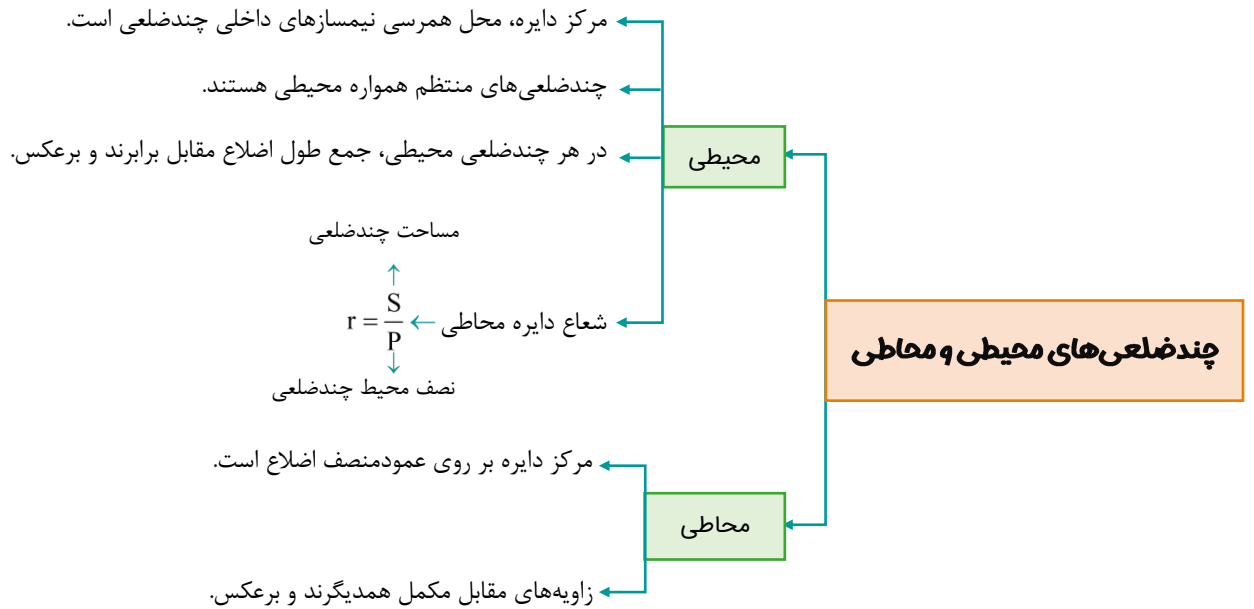
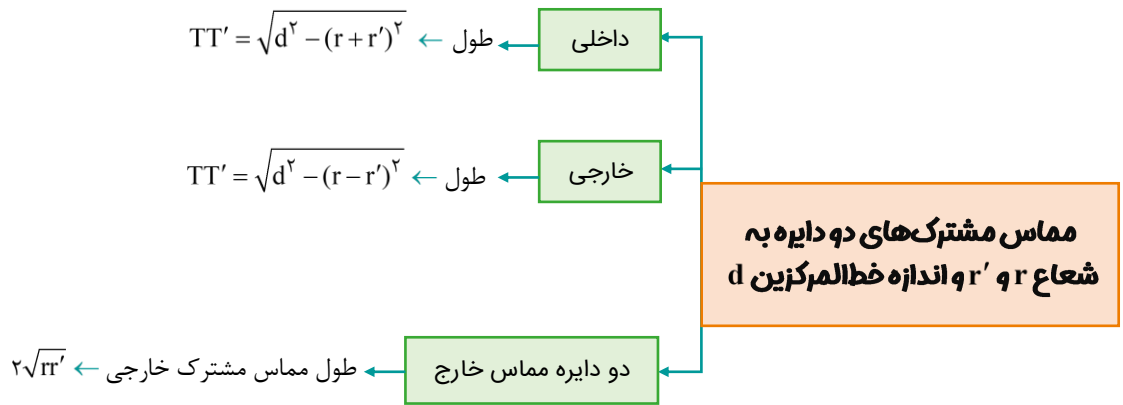


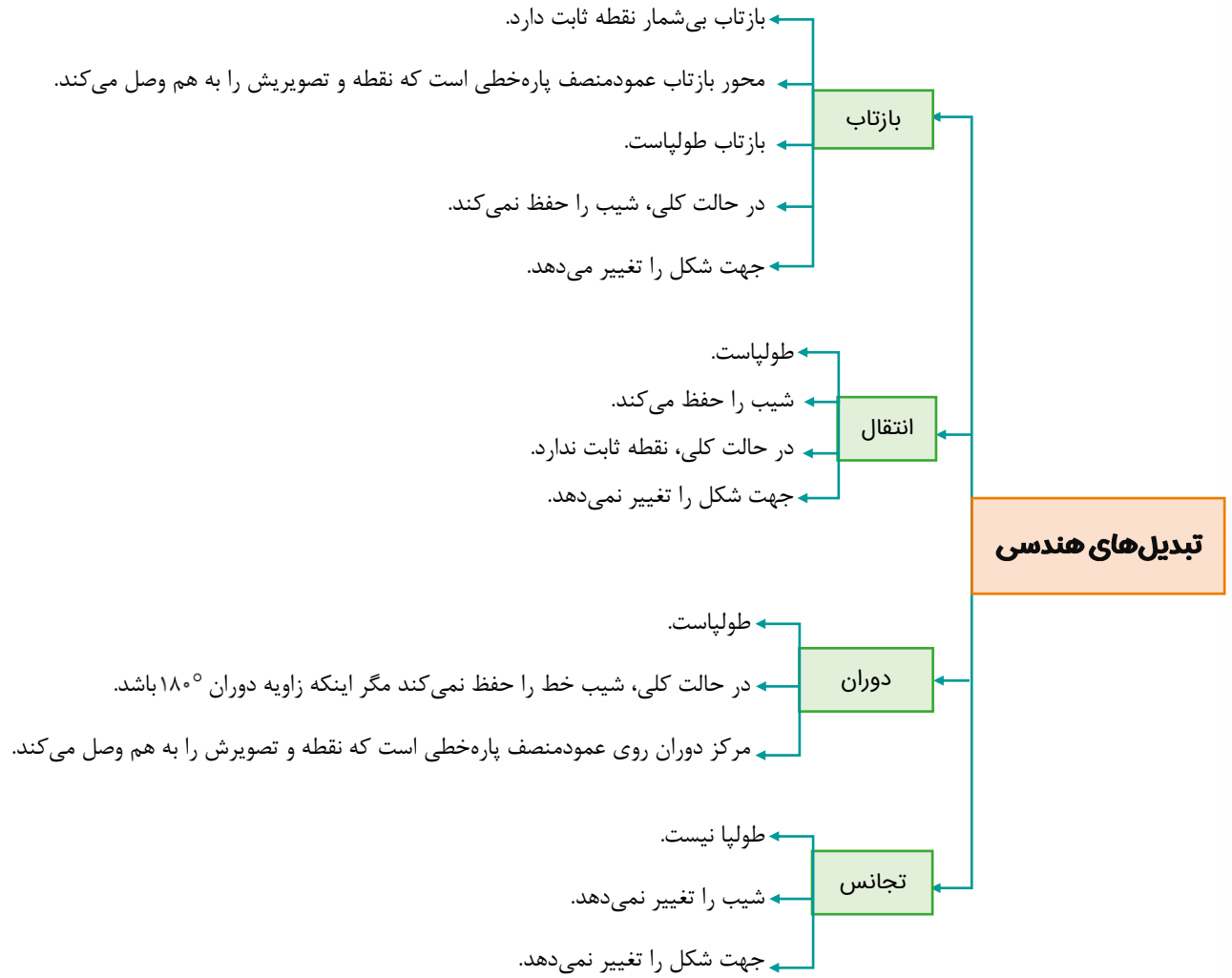
$$MA \times MB = MC \times MD$$



$$MT^2 = MC \times MD$$

روابط طولی در دایره







گزارشها

$p \vee q$ زمانی نادرست است که p و q هر دو نادرست باشند.

$p \wedge q$ زمانی درست است که p و q هر دو درست باشند.

$p \Rightarrow q$ زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

$$\begin{cases} \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \\ \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \end{cases}$$

دمورگان

$$\begin{cases} p \wedge (p \vee q) \equiv p \\ p \vee (p \wedge q) \equiv p \end{cases}$$

جذب

برخی از قوانین

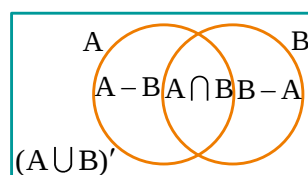
تبدیل شرطی به فصلی $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$

برخی قوانین مجموعه‌ها

$$A - B = A \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

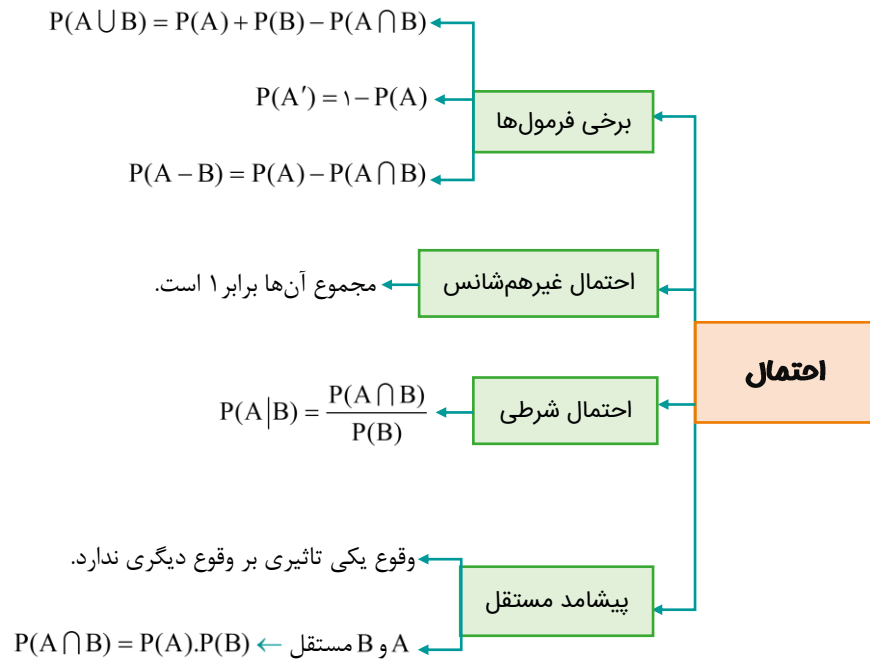


نمودار ون

مجموعه‌ها

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$$

ضرب دکارتی



۳۱- کره‌ای رسانا دارای بار الکتریکی مثبت است. اگر 5×10^{13} الکترون به کره بدهیم، بار آن منفی و به اندازه $\frac{2}{3}$ برابر اندازه بار اولیه‌اش می‌شود. با اتصال

این کره به کره‌ای مشابه که دارای بار $19/2 \mu C$ است، چند میکروکولن بار از یکی به دیگری منتقل می‌شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

۱۲/۲ (۴)

۱۲/۴ (۳)

۱۱/۲ (۲)

۸ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲

ویژگی‌های بار الکتریکی

۱- اصل کوانتیده بودن بار: بار الکتریکی هر جسم همواره مضرب صحیحی از بار بنیادی (e) است.

$$q = \pm ne$$

e : مقدار بار الکتریکی یک الکترون یا یک پروتون ($e = 1/6 \times 10^{-19}$)، q : بار الکتریکی جابه‌جا شده (C)، n : تعداد الکترون جابه‌جا شده (حتماً عدد صحیح)

۲- پایداری بار الکتریکی

در یک اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها با تعداد پروتون‌های هسته برابر هستند. بنابراین، جمع جبری همه بارها (بار خالص) دقیقاً برابر با صفر است. در نتیجه الکترون‌ها توانایی تولید و یا از بین رفتن ندارند. بلکه صرفاً از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شوند. پس: مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی (دستگاهی که امکان تبادل بار را ندارد) ثابت است. از مونی وی ای پی

پاسخ تشریحی

طبق کوانتیده بودن بار الکتریکی داریم:

$$q - ne = \frac{-2}{3} q \Rightarrow \frac{5}{3} q = ne \Rightarrow q = \frac{3ne}{5} = \frac{3 \times 5 \times 10^{13} \times 1/6 \times 10^{-19}}{5} = 4/8 \mu C$$

$$q' = \frac{-2}{3} q = -3/2 \mu C$$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{-3/2 + 19/2}{2} = 8 \mu C$$

$$|\Delta q| = |q_1 - q'_1| = 19/2 - 8 = 11/2 \mu C$$

گروه آموزشی ماز

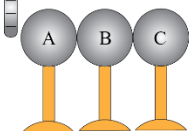
۳۲- مطابق شکل زیر، میله‌ای با بار الکتریکی منفی را به سه کره رسانای A، B و C که در تماس با هم قرار دارند و در ابتدا خنثی هستند، نزدیک کرده و نگه می‌داریم. اگر در این حالت کره B را از بین دو کره خارج کنیم و سپس میله باردار را دور کنیم، علامت بار کره‌های A، B و C به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (پایه‌ها عایق هستند).

(۱) مثبت، مثبت، منفی

(۲) منفی، مثبت، مثبت

(۳) مثبت، خنثی، منفی

(۴) منفی، خنثی، مثبت



(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

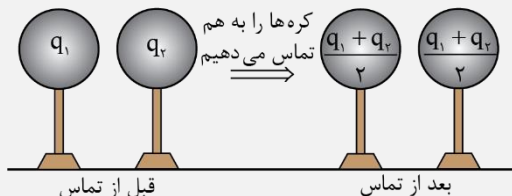
پاسخ: گزینه ۳

روش تماس

هنگامی که دو کره رسانای باردار مشابه که روی پایه عایقی قرار دارند، با هم تماس پیدا کنند، مبادله الکترون از کره‌ای که الکترون بیشتری دارد به کره‌ای که الکترون کمتری دارد، صورت می‌پذیرد تا هنگامی که دو کره بار هم‌نام و هم‌اندازه پیدا کنند.

نکته:

۱- هنگامی که دو کره فلزی مشابه را به هم تماس می‌دهیم، بار الکتریکی بین آن‌ها به گونه‌ای تقسیم می‌شود که بار نهایی دو کره با هم برابر باشد. بنابراین بار هر یک از کره‌ها پس از تماس برابر میانگین بار اولیه آن‌ها خواهد بود.

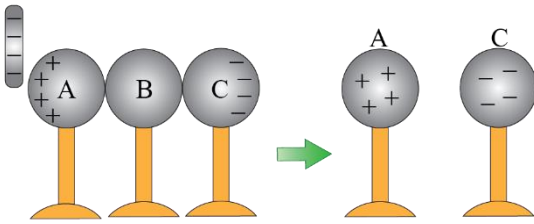


$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

۲- نتیجه فوق برای تعداد بیشتری کره فلزی مشابه هم قابل تعمیم است. به‌طور کلی اگر n کره مشابه و رسانا که دارای بارهای $q_1, q_2, \dots, q_n$ هستند را همگی به هم تماس بدهیم، بار نهایی همه آن‌ها برابر است با:

$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{n}$$

پاسخ سریع:



مطابق شکل مقابل، وقتی میله با بار منفی را به کره A نزدیک کنیم، الکترون‌های آزاد به دورترین نقطه یعنی سمت راست کره C منتقل می‌شوند و بار سمت چپ کره A مثبت می‌شود و کره B بدون بار باقی می‌ماند. بنابراین با جدا کردن کره B، این کره بدون بار (خنثی) می‌ماند و کره A بار مثبت و کره C بار منفی پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
E
انتهای منفی سری

۳۳- با توجه به جدول فرضی سری الکتروسیسته مالشی (تریبوالکتریک) مقابل، اگر میله‌ای از جنس ماده B را با ماده D مالش داده و سپس میله (از جنس ماده B) را به آرامی به الکتروسکوپ با بار منفی نزدیک کنیم، ولی به کلاهک الکتروسکوپ تماس ندهیم، فاصله ورقه‌های الکتروسکوپ الزاماً چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش می‌یابد.
- (۲) کاهش می‌یابد.
- (۳) ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش یابد.
- (۴) ابتدا کاهش یافته و سپس ممکن است افزایش یابد.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

جدول سری الکتروسیسته

یکی از روش‌های باردار کردن اجسام که معمولاً برای اجسام نارسانا به کار می‌رود، روش مالش است. در مورد این روش خوب است نکات زیر را بدانیم:

- ۱- هنگامی که دو جسم از طریق مالش باردار می‌شوند، بار یکی از آن‌ها منفی و بار دیگری مثبت خواهد شد، بنابراین علامت بارها مخالف هم خواهد بود.
- ۲- چون در روش مالش تعداد الکترون‌هایی که یک جسم از دست می‌دهد با تعداد الکترون‌هایی که جسم دیگر به دست می‌آورد برابر است، اندازه بار دو جسم با هم برابر خواهد بود. به عبارت دیگر اگر بار یک جسم $+q$ باشد، بار دیگری $-q$ خواهد بود.
- ۳- چون در روش مالش علامت بار اجسام مخالف هم است، نیروی الکتریکی بین این دو جسم از نوع رپایشی خواهد بود.
- ۴- هنگامی که دو جسم را به هم مالش می‌دهیم تا باردار شوند، جسمی که الکترون خواهی بیشتری دارد (در سری الکتروسیسته مالشی در قسمت پایین‌تری قرار دارد)، الکترون می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. همچنین جسمی که الکترون خواهی کمتری دارد (در سری الکتروسیسته مالشی در قسمت بالاتری قرار دارد)، الکترون از دست می‌دهد و علامت بار آن مثبت خواهد بود.

در رابطه با روش مالش به مثال زیر توجه کنید:

در شکل مقابل، جدول سری الکتروسیسته مالشی نشان داده شده است. اگر جسم A را به جسم E و جسم C را به جسم D مالش دهیم، کدام یک از اظهار نظرهای زیر در رابطه با آن‌ها صحیح است؟

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
E
انتهای منفی سری

- ۱- دو جسم A و C هم‌دیگر را جذب می‌کنند.
- ۲- دو جسم A و D هم‌دیگر را دفع می‌کنند.
- ۳- دو جسم C و E هم‌دیگر را دفع می‌کنند.
- ۴- دو جسم C و D هم‌دیگر را جذب می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۴

اگر جسم A را به جسم E مالش دهیم، A مثبت و E منفی خواهد شد و اگر جسم C را به جسم D مالش دهیم، C مثبت و D منفی خواهد شد.

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

وان دوگراف

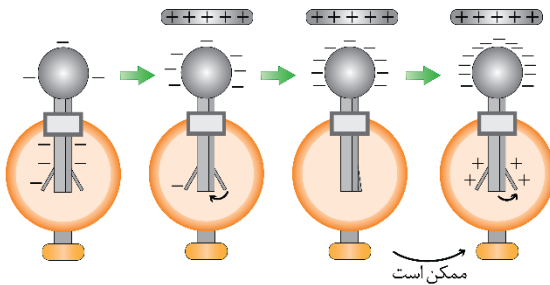
وان دوگراف وسیله‌ای است که توسط روبرت جیمسون وان دوگراف دانشمند آمریکایی در سال ۱۹۲۷ ساخته شد. این وسیله به کمک روش مالش، الکتروسیسته تولید می‌کند. با به راه افتادن این دستگاه به تدریج بار زیادی بر روی کلاهک فلزی آن جمع می‌شود. با نزدیک کردن دست یا میله‌ای جرقه‌ای ایجاد می‌شود که در واقع حاصل تخلیه بار الکتریکی بوده است.

به کمک این دستگاه می‌توان ولتاژهای بسیار زیاد تا حدود ۲۰ ولت را تولید و استفاده کرد.

وان دوگراف ساده شامل کلاهک فلزی و موتور و جاروبک و غلتک و تسمه پلاستیکی است.

در وان دوگراف با مالش جاروبک و تسمه پلاستیکی بار الکتریکی روی کلاهک فلزی جمع می‌شود و با دست زدن تخلیه می‌شود.

پاسخ شریعی:



در جدول ماده B به انتهای مثبت سری نزدیکتر است؛ و بنابراین دارای بار (+) یعنی باری ناهمنام با الکتروسکوپ خواهد شد. با نزدیک کردن میله به الکتروسکوپ، به تدریج بار (-) الکتروسکوپ، به طرف کلاهک آن حرکت کرده و فاصله ورقه‌های الکتروسکوپ رو به کاهش می‌گذارد. اگر بار (+) میله زیاد باشد، یا میله را خیلی به کلاهک نزدیک کرده باشیم، ممکن است تعداد دیگری از الکترون‌های ورقه‌های الکتروسکوپ به طرف کلاهک حرکت کرده و ورقه‌های الکتروسکوپ دارای بار (+) شوند و دوبار دیگر ورقه‌ها از هم فاصله بگیرند.

گروه آموزشی ماز

۳۴- نیروی الکتریکی که دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله ۴۰ cm از هم بر یکدیگر وارد می‌کنند، برابر F است. در فاصله چند متری از یکدیگر، دو بار بر هم نیروی ۴F وارد می‌کنند؟

۰/۸ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

قانون کولن

نیروی الکتریکی بین دو بار با مربع فاصله بین دو بار رابطه معکوس دارد و با حاصل ضرب اندازه دو بار رابطه مستقیم دارد.

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

$$F \propto q_1 q_2$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \right) \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

مثال:

اگر فاصله بین دو بار را سه برابر و هر یک از بارها را دو برابر کنیم، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \right) \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \left(\frac{2 \times 2}{1 \times 1} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{4}{9}$$

پاسخ شریعی:

$$\frac{q_1' = q_1}{q_2' = q_2} \rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow r' = \frac{r}{2} = \frac{0.4}{2} = 0.2 \text{ m}$$

با توجه به رابطه $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ داریم:

گروه آموزشی ماز

۳۵- مطابق شکل، سه ذره باردار در سه رأس یک مثلث قرار دارند. اگر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر $50\sqrt{2} \text{ N}$ باشد، بار q_3 چند

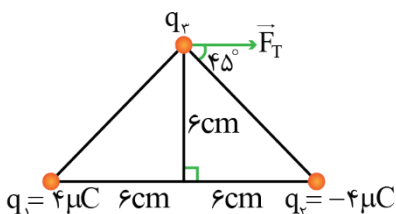
میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

۲ (۱)

-۲ (۲)

۱۰ (۳)

-۱۰ (۴)



(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

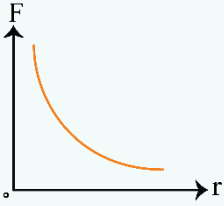
قانون کولن

همان‌طور که می‌دانیم نیروی الکتریکی که دو جسم باردار بر یکدیگر وارد می‌کنند، می‌تواند جاذبه یا دافعه باشد. اگر بارهای الکتریکی دو جسم هم‌نام باشند، این نیرو دافعه است و اگر ناهم‌نام باشند، این نیرو جاذبه است.

قانون کولن: اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه‌ای که در راستای خط واصل آن‌ها اثر می‌کند، با حاصل ضرب بزرگی بارهای آن‌ها رابطه مستقیم و با مربع فاصله بین آن‌ها رابطه عکس دارد.

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

نیروهای الکتریکی دو بار نقطه‌ای بر یکدیگر در واقع نیروهای عمل و عکس‌العمل هستند، بنابراین این نیروها هم‌اندازه، هم‌راستا و مختلف‌الجهت هستند. نمودار نیروی الکتریکی دو ذره باردار برحسب فاصله آن‌ها از یکدیگر به‌صورت مقابل است:



پاسخ تشریحی:

با توجه به جهت نیرو در می‌یابیم نیروی F_{13} با F_{23} برابر است و زاویه بین $\vec{F}_{13}$ و $\vec{F}_{23}$ برابر با 90° است. بنابراین داریم:

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \quad F_{13} = F_{23} \rightarrow 50\sqrt{2} = \sqrt{2}F_{13} \Rightarrow F_{13} = 50 \text{ N}$$

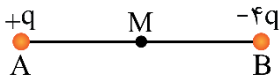
در نتیجه داریم: آزمون وی ای پی

$$F_{13} = \frac{k|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow 50 = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times |q_3|}{72 \times 10^{-4}} \Rightarrow |q_3| = 10^{-5} \text{ C} = 10 \mu\text{C}$$

با توجه به بردار برآیند، q_3 باید + باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۶- در شکل زیر، بارهای الکتریکی نقطه‌ای $+q$ و $-4q$ در نقطه‌های A و B ثابت شده‌اند و بزرگی برآیند میدان‌های الکتریکی در وسط دو بار (نقطه M) برابر با $\vec{E}$ است. اگر بار $+q$ را ۶ برابر کنیم، برآیند میدان‌های الکتریکی در نقطه M کدام خواهد شد؟



$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \vec{E} \quad (2) \\ & -\frac{3}{2} \vec{E} \quad (4) \end{aligned}$$

$$2\vec{E} \quad (1)$$

$$-2\vec{E} \quad (3)$$

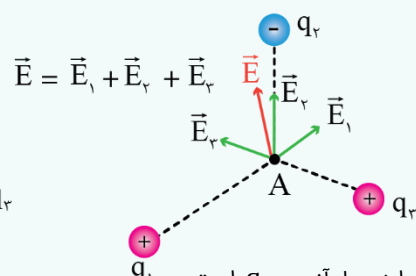
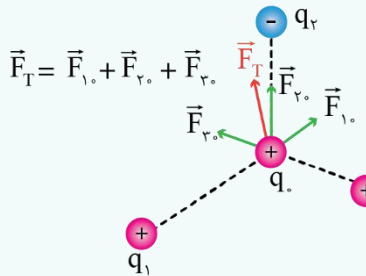
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

اصل برهم‌نهی میدان الکتریکی

این اصل بیان می‌دارد که میدان الکتریکی ناشی از چند بار نقطه‌ای در نقطه‌ای از فضا، برابر با جمع برداری میدان‌های الکتریکی است که هر یک از بارها به طور مستقل در آن نقطه ایجاد می‌کنند.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$



الف: نیروی $\vec{F}_T$ ، نیروی برآیند وارد بر بار آزمون q است.

ب: میدان الکتریکی $\vec{E}$ در محل بار آزمون، جمع برداری میدان‌های $\vec{E}_1$ ، $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_3$ در محل این بار است.

پاسخ تشریحی:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + 4\vec{E}_1 \Rightarrow \vec{E} = 5\vec{E}_1$$

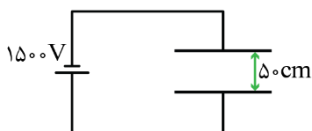
اگر میدان الکتریکی بار $+q$ در نقطه M برابر با $\vec{E}_1$ فرض شود، برای حالت اولیه مطابق شکل می‌توان نوشت:

$$\vec{E}' = 6\vec{E}_1 + 4\vec{E}_1 \Rightarrow \vec{E}' = 10\vec{E}_1 \xrightarrow{\vec{E}=5\vec{E}_1} \vec{E}' = 2\vec{E}$$

در حالت دوم داریم:

گروه آموزشی ماز

۳۷- در شکل زیر و در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه، ذره‌ای به جرم ۳ گرم و بار الکتریکی $-30 \mu\text{C}$ از مجاورت صفحه پایینی به طرف بالا پرتاب می‌شود. ذره پس از طی مسافت 20 cm متوقف شده و جهت حرکتش عوض می‌شود. تندی این ذره در لحظه پرتاب چند متر بر ثانیه بوده است؟



$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

$$4 \quad (2)$$

$$16 \quad (1)$$

$$8 \quad (4)$$

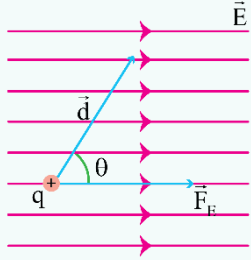
$$2 \quad (3)$$



کار انجام شده توسط نیروی الکتریکی



بار ذره‌ای q را در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E}$ در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر جابه‌جایی $\vec{d}$ را انجام داده است. کار انجام شده توسط نیروی الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$W_E = F_E d \cos \theta$$

$$W_E > \begin{cases} \text{بار مثبت در جهت میدان} \\ \text{بار منفی در خلاف جهت میدان} \end{cases}$$

با توجه به اینکه $\vec{F}_E = q\vec{E}$ است، این رابطه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W_E = |q|Ed \cos \theta$$

$$\Delta V = Ed \cos \theta$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانا برابر است با:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{1500}{50 \times 10^{-2}} = 3000 \frac{V}{m}$$

گام دوم:

کار تک تک نیروها را به دست می‌آوریم:

$$W_{mg} = mgd \cos \theta \xrightarrow{\theta=180^\circ, \cos \theta=-1} W_{mg} = 3 \times 10^{-3} \times 10 \times 2 \times 10^{-1} \times (-1) = -6 \times 10^{-3} J$$

$$W_E = |q|Ed \cos \theta \xrightarrow{\theta=180^\circ, \cos \theta=-1} W_E = 3 \times 10^{-6} \times 3000 \times 2 \times 10^{-1} \times (-1) = -18 \times 10^{-3} J$$

گام سوم:

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، تندی لحظه پرتاب ذره را به دست می‌آوریم:

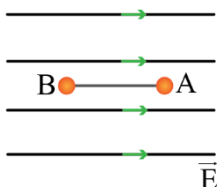
$$W_t = W_{mg} + W_E \Rightarrow \Delta K = W_{mg} + W_E$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 10^{-3} \times (v_2^2 - v_1^2) = -6 \times 10^{-3} - 18 \times 10^{-3} = -24 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \frac{16 \times 10^{-3}}{10^{-3}} = 16 \Rightarrow v_1 = \sqrt{16} = 4 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- بار الکتریکی $q = -4\mu C$ مطابق شکل، در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $10^5 \frac{V}{m}$ رها می‌شود. در جابه‌جایی بار q از A تا B ، انرژی جنبشی



بار، ۸ میلی ژول افزایش می‌یابد. $V_B - V_A$ چند کیلوولت است؟

(۱) ۲

(۲) -۲

(۳) ۲۰۰۰

(۴) -۲۰۰۰



تغییر پتانسیل و انرژی پتانسیل درون یک میدان:



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار در میدان الکتریکی $\vec{E}$ در یک جابه‌جایی مشخص برابر با منفی کار انجام شده توسط نیروی الکتریکی در همان جابه‌جایی است؛ و برای واحد بار، مقدار آن برابر تغییر پتانسیل الکتریکی است.

$$\Delta U_E = -W_E, \quad \Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$



ابتدا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به دست می آوریم:

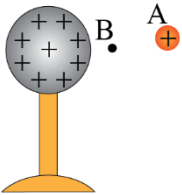
$$\left. \begin{array}{l} \Delta U_E = -W_E \\ W_E = \Delta K \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U_E = -\Delta K \xrightarrow{\Delta K = 8 \text{ mJ}} \Delta U_E = -8 \text{ mJ} = -8 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-8 \times 10^{-3}}{-4 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^3 \text{ V} = 2 \text{ kV}$$

حال تغییر پتانسیل الکتریکی را حساب می کنیم:

گروه آموزشی ماز

۳۹- در شکل زیر ذره باردار کوچک را از حالت سکون از نقطه A به سمت کره باردار که روی پایه عایقی قرار دارد، نزدیک می کنیم و در نقطه B قرار می دهیم. در این جابه جایی علامت کار نیروی الکتریکی و علامت کاری که ما در این جابه جایی انجام می دهیم و انرژی پتانسیل ذره باردار می یابد. همچنین پتانسیل الکتریکی نقطه A از پتانسیل الکتریکی نقطه B است.



- (۱) منفی - مثبت - افزایش - کمتر
- (۲) منفی - مثبت - کاهش - بیشتر
- (۳) مثبت - منفی - کاهش - بیشتر
- (۴) مثبت - منفی - افزایش - کمتر

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۱

انواع تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی و پتانسیل الکتریکی

انواع تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی
$\Delta U = U_{\text{end}} - U_{\text{start}}$ در تمام جابه جایی ها ΔU برابر است با انرژی پتانسیل نقطه انتها منهای انرژی پتانسیل نقطه ابتدا
$\Delta U_E = -W_E$ در تمام جابه جایی ها ΔU_E برابر است با قرینه کاری که میدان الکتریکی بر روی بار انجام می دهد.
$\Delta U = W_{\text{us}}$ اگر جابه جایی بار با سرعت ثابت باشد، ΔU برابر است با کار ما (البته در صورتی که نیروهای دیگر مثل وزن وجود نداشته باشند)
$\Delta U = -Fd = -Eqd$ در این رابطه d جابه جایی در راستای میدان الکتریکی است.
$\Delta U = -\Delta K = -(K_{\text{end}} - K_{\text{start}})$ در جابه جایی هایی که فقط نیروی میدان الکتریکی به بار اثر می کند، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با قرینه تغییرات انرژی جنبشی
انواع تغییر پتانسیل الکتریکی
$\Delta V = V_{\text{end}} - V_{\text{start}}$ هر چیزی که اولش Δ داشته باشد یعنی به ابتدا و انتها بستگی دارد و ما کاری به وسط نداریم.
$\Delta V = -Ed$ در این رابطه d جابه جایی در راستای میدان است.

گروه آموزشی ماز

۴۰- یک کره رسانا به شعاع r دارای چگالی سطحی بار $20 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$ و بار مثبت است. چند درصد شعاع آن کاهش یابد تا چگالی سطحی بار آن به $80 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$ برسد؟

۸۵ (۴)

۷۵ (۳)

۵۰ (۲)

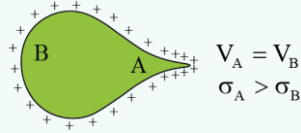
۲۵ (۱)

چگالی سطحی بار

۱- در صورتی که کره رسانا Π الکترون مبادله کند، چگالی سطحی آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{ne}{4\pi r^2}$$

۲- فهمیدیم که اگر بار یک رسانا تغییر کند، بارها جابجا می‌شوند تا در نهایت به تعادل الکتروستاتیکی برسند. پس از رسیدن به تعادل الکتریکی پتانسیل تمام نقاط روی یک رسانا با یکدیگر برابر می‌شود:



پاسخ تشریحی:

رابطه چگالی سطحی بار به صورت $\sigma = \frac{Q}{A}$ است، حال نسبت شعاع‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{20}{80} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow r_2 = \frac{1}{2} r_1$$

$$\frac{\Delta r}{r_1} \times 100 = \frac{r_2 - r_1}{r_1} = \frac{\frac{1}{2} r_1 - r_1}{r_1} = -\frac{1}{2} \times 100 = -50\%$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- اگر ۲۰ درصد به بار الکتریکی ذخیره شده روی صفحات یک خازن تخت شارژ شده که از باتری جدا شده است اضافه کنیم، ظرفیت خازن، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین صفحات خازن و انرژی ذخیره شده در آن به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟

- (۱) ۲۰٪ افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند، ۴۴٪ افزایش می‌یابد.
- (۲) تغییر نمی‌کند، ۲۰٪ افزایش می‌یابد، ۴۴٪ کاهش می‌یابد.
- (۳) ۲۰٪ افزایش می‌یابد، تغییر نمی‌کند، ۴۴٪ کاهش می‌یابد.
- (۴) تغییر نمی‌کند، ۲۰٪ افزایش می‌یابد، ۴۴٪ افزایش می‌یابد.

انرژی ذخیره شده در خازن

هنگامی که خازنی به مولد وصل شده است تا در آن بار ذخیره شود، انرژی‌ای که مولد برای پرکردن خازن مصرف می‌کند، به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن ذخیره می‌شود. این انرژی از رابطه‌های زیر قابل محاسبه است:

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{Q^2}{2C}$$

نکته:

با افزایش تدریجی اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن، بار الکتریکی نیز افزایش می‌یابد به طوری که نمودار مقدار بار الکتریکی خازن بر حسب اختلاف پتانسیل صفحات آن خطی با شیب ثابت خواهد بود. در این نمودار شیب خط برابر با ظرفیت خازن و سطح زیر نمودار برابر با انرژی ذخیره شده در خازن خواهد بود.
توجه ۱: اگر خازنی از دو طرف به مولد وصل باشد در این صورت ولتاژ مصون از تغییر است و تغییر ظرفیت فقط روی بار به صورت مستقیم اثر می‌گذارد.
توجه ۲: اگر خازنی به مولد وصل شود و پس از برداشتن از آن جدا گردد، بار آن ثابت است و تغییر ظرفیت در این حالت فقط روی ولتاژ آن به صورت معکوس اثر می‌گذارد.

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم با تغییر بار ذخیره شده در خازن اختلاف پتانسیل دو سر آن طوری تغییر می‌کند که ظرفیت خازن ثابت بماند. بنابراین اختلاف پتانسیل ۲۰٪ افزایش ظرفیت ثابت باقی می‌ماند.

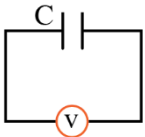
از طرفی رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 \xrightarrow{Q_2 = 1/2 Q_1} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{1/2 Q_1}{Q_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 1/4 \Rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = 75\%$$

پس انرژی ذخیره شده در آن ۴۴٪ افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۴۲- مطابق شکل زیر، خازنی که بین صفحات آن هوا می‌باشد، توسط مولدی شارژ شده و از آن جدا می‌شود. در این حالت ولت‌سنج ایده‌آل، ولتاژ دو سر آن را ۱۰۰ ولت نشان می‌دهد. اگر دی‌الکتریک به ضریب K بین صفحات خازن قرار دهیم، ولت‌سنج ایده‌آل ۲۵ ولت را نشان می‌دهد. K کدام است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۷/۵ (۳)

۷۵ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



ظرفیت خازن



با توجه به آن که هر چه اختلاف پتانسیل بین دو صفحه خازن بیشتر باشد، بار ذخیره شده در آن بیشتر می‌شود، نسبت بار ذخیره شده به اختلاف پتانسیل بین دو صفحه آن را ظرفیت خازن می‌نامند. ظرفیت خازن عددی کاملاً ثابت است و آن را با C نشان می‌دهند و واحد آن فاراد یا کولن بر ولت است.

$$C = \frac{Q}{V}$$

هنگامی که یک خازن به ظرفیت C توسط یک باتری با ولتاژ V باردار می‌شود بار ذخیره شده در آن از رابطه $Q = CV$ به دست می‌آید.



طبق دو رابطه $Q = CV$ و $C = KC$ داریم:

$$Q = CV = \text{ثابت} \Rightarrow C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow C_1 \times 100 = KC_1 \times 25 \Rightarrow K = 4$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- خازن تختی با ظرفیت C ، که دی‌الکتریک آن هوا است، توسط باتری شارژ و از آن جدا شده است. اگر فاصله میان صفحات این خازن را ۳ برابر و مساحت مؤثر صفحات این خازن را $\frac{1}{3}$ برابر نماییم و دی‌الکتریک با ثابت $K=6$ را میان صفحات آن وارد کنیم، به ترتیب از راست به چپ بزرگی میدان الکتریکی میان صفحات این خازن و چگالی سطحی بار الکتریکی بر روی هر صفحه خازن چند برابر می‌شود؟

$$\frac{1}{3} - 2 \quad (۴)$$

$$2 - \frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$3 - \frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} - 3 \quad (۱)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



خازن: وسیله‌ای برای ذخیره بار و انرژی الکتریکی



میزان بار ذخیره شده در خازن به نسبت اختلاف پتانسیل اعمال شده به دو سر آن را ظرفیت خازن می‌نامند. باید دقت شود که ظرفیت خازن مستقل از بار (Q) و اختلاف پتانسیل اعمالی به دو سر آن است (V) و فقط تابعی از مشخصات ساختاری خازن است.

$$C = \frac{Q}{V}$$

(C ظرفیت خازن، رابط بین Q و V است)

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

κ : ضریب دی‌الکتریک ($\kappa \geq 1$)، برای هوا و خلاء $\kappa = 1$ و برای بقیه عایق‌ها ($\kappa > 1$)
 A : مساحت مشترک دو صفحه خازن

$$\epsilon_0$$
: ضریب گذردهی الکتریکی در خلاء $\left(\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 10^{-12} \text{ N.m}^2} \right)$

d : فاصله بین صفحات خازن

میدان الکتریکی خازن



به علت آن که خازن از دو صفحه رسانای موازی تشکیل شده است، میدان الکتریکی آن یکنواخت خواهد بود و از رابطه $E = \frac{V}{d}$ قابل محاسبه است.



دقت شود که:

- ۱- تا زمانی که خازن به باتری وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن ثابت است.
- ۲- اگر خازن شارژ شده و از باتری جدا شود، بار الکتریکی خازن ثابت خواهد ماند.

$$E = \frac{Q}{\kappa A \epsilon_0} \quad \text{در صورت ثابت بودن بار الکتریکی}$$

$$E = \frac{V}{d} \quad \text{در صورت ثابت بودن اختلاف پتانسیل}$$

پاسخ شریعی:

چون خازن پس از شارژ از باتری جدا شده، بنابراین بار الکتریکی ذخیره شده روی صفحات آن ثابت می ماند:

$$Q_2 = Q_1 \Rightarrow C_2 V_2 = C_1 V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2} \times \frac{d_2}{d_1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{6} \times \frac{A_1}{\frac{1}{3} A_1} \times \frac{3 d_1}{d_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{6} \times 3 \times 3 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{6} \times 3 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{A_1}{A_2} = 1 \times \frac{A_1}{\frac{1}{3} A_1} = 3$$

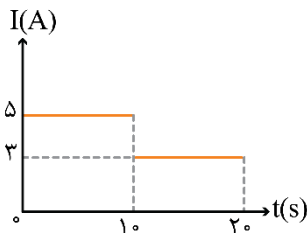
با توجه به رابطه $E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$ داریم:

با توجه به رابطه $\sigma = \frac{Q}{A}$ داریم:

گروه آموزشی ماز

۴۴- نمودار جریان الکتریکی بر حسب زمان در یک مدار الکتریکی به صورت شکل زیر است. در مدت ۲۰s چه تعداد الکترون از هر مقطع عرضی این مدار

می گذرد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



$$37/5 \times 10^{19} \quad (1)$$

$$18/75 \times 10^{19} \quad (2)$$

$$50 \times 10^{19} \quad (3)$$

$$68/75 \times 10^{19} \quad (4)$$

(آسان - نموداری - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



آهنگ شارش بار الکتریکی

۱- آهنگ شارش بار الکتریکی در یک سیم معادل با جریان الکتریکی گذرنده از آن سیم است.

$$I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Δq : بار الکتریکی شارش شده با یکای کولن

Δt : مدت زمان عبور بار با یکای ثانیه

I_{av} : جریان الکتریکی متوسط با یکای آمپر

۲- یکای جریان الکتریکی برابر آمپر (A) است که معادل با $\frac{\text{کولن}}{\text{ثانیه}}$ می باشد. دقت کنید که آمپر یکی از هفت یکای اصلی SI می باشد.

۳- طبق رابطه $\Delta q = I_{av} \Delta t$ ، علاوه بر کولن، می توان یکای (آمپر . ساعت) را هم برای بار الکتریکی استفاده کرد. هر (آمپر . ساعت) معادل با ۳۶۰۰ کولن است.

۴- در سؤالاتی که تعداد الکترون های عبوری از مقطع رسانا را در مدت زمان Δt می خواهیم، می توان به صورت زیر عمل کرد:

$$\begin{cases} I_{av} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \\ \Delta q = ne \end{cases} \rightarrow I_{av} = \frac{ne}{\Delta t} \rightarrow n = \frac{I_{av} \Delta t}{e}$$

پاسخ شریعی:

می دانیم مساحت محصور نمودار $I-t$ با محور زمان برابر با بار خالص عبوری از مقطع سیم است، بنابراین داریم: آزمون وی ای پی

$$S_1 = I_1 \Delta t_1, \quad S_2 = I_2 \Delta t_2$$

$$q = S_1 + S_2 = (5 \times 10) + (3 \times 10) = 50 + 30 = 80 \text{ C}$$

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{80}{1.6 \times 10^{-19}} = 50 \times 10^{19}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- دو کره رسانای مشابه A و B روی پایه‌های عایق قرار داشته و به ترتیب دارای بار الکتریکی $+12 \text{ mC}$ و -8 mC هستند. اگر توسط سیمی رسانا آن‌ها را به هم وصل کنیم، در مدت زمان 0.1 s به تعادل الکتریکی می‌رسند. جریان الکتریکی متوسط عبوری از سیم در این مدت چند آمپر است؟ (فرض کنید در نهایت باری روی سیم رابط باقی نمی‌ماند).

۳ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ شریعی:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{12 + (-8)}{2} = 2 \text{ mC}$$

در تماس کره‌های یکسان، بار الکتریکی آن‌ها یکسان شده و به تعادل الکتریکی می‌رسند:

$$\Delta q = 2 - (-8) = 10 \text{ mC}$$

بار الکتریکی کره B از -8 mC به 2 mC می‌رسد، یعنی:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10 \times 10^{-3}}{0.1} \rightarrow I = 1 \text{ A}$$

مطابق رابطه جریان الکتریکی متوسط داریم:

گروه آموزشی ماز

۴۶- استوانه‌های رسانای A و B هم جنس هستند و جرم A دو برابر جرم B و طول A شش برابر طول B است. اگر اختلاف پتانسیل دو سر استوانه‌ها مساوی باشد، جریان الکتریکی گذرنده از B چند برابر A است؟

۱۸ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۳۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

مقاومت الکتریکی

۱- مقدار مقاومت الکتریکی یک سیم به ویژگی‌های ساختمانی و دمای آن وابسته است و ربطی به ولتاژ دو سر مقاومت و جریان عبوری از آن ندارد. مقدار مقاومت یک سیم را می‌توانیم از رابطه زیر به دست آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

R : مقدار مقاومت الکتریکی با یکای اهم:

ρ : مقاومت ویژه با یکای (اهم $\times$ متر):

L : طول سیم با یکای متر:

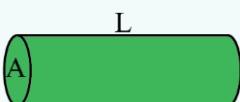
A : سطح مقطع سیم با یکای مترمربع:

۲- با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، برای مقایسه مقاومت الکتریکی دو سیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

$$\frac{A \propto d^2}{d: \text{ قطر مقطع}} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

۳- گاهی در سؤالات مربوط به محاسبه مقاومت، از جرم و چگالی سیم هم استفاده می‌شود. برای حل این سؤالات می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم. دقت کنید که چگالی را با ρ' نشان داده‌ایم تا با مقاومت ویژه اشتباه نشود.



$$\text{چگالی: } \rho' = \frac{m}{V} = \frac{m}{AL} \rightarrow A = \frac{m}{\rho' L}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{A = \frac{m}{\rho' L}} R = \rho \rho' \frac{L^2}{m}$$

ابتدا نسبت سطح مقطع دو سیم را به دست می آوریم:

$$m_A = 2m_B \xrightarrow{\text{چگالی یکسان است}} L_A \cdot A_A = 2L_B A_B \xrightarrow{L_A = 6L_B} 6A_A = 2A_B \Rightarrow A_A = \frac{1}{3} A_B$$

$$R = \frac{\rho L}{A} \xrightarrow{L_A = 6L_B, A_A = \frac{1}{3} A_B} R_A = 18R_B$$

حال طبق رابطه $R = \frac{\rho L}{A}$ داریم:

$$V = IR, V_A = V_B \Rightarrow I_A = \frac{1}{18} I_B \Rightarrow I_B = 18I_A$$

در نهایت طبق قانون اهم داریم:

گروه آموزشی ماز

۴۷- کدام گزینه، درست است؟

- (۱) کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه الکتریکی برای انتقال واحد بار الکتریکی مثبت از پایانه با پتانسیل الکتریکی بیشتر به پایانه با پتانسیل الکتریکی کمتر، اختلاف پتانسیل الکتریکی نام دارد.
- (۲) کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه الکتریکی برای انتقال واحد بار الکتریکی منفی از پایانه با پتانسیل الکتریکی بیشتر به پایانه با پتانسیل الکتریکی کمتر، اختلاف پتانسیل الکتریکی نام دارد.
- (۳) کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه الکتریکی برای انتقال واحد بار الکتریکی مثبت از پایانه با پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر، نیروی محرکه الکتریکی نام دارد.
- (۴) کار انجام شده توسط منبع نیروی محرکه الکتریکی برای انتقال واحد بار منفی از پایانه با پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر، نیروی محرکه الکتریکی نام دارد.

(آسان - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

تعریف نیروی محرکه الکتریکی: کاری که منبع نیروی محرکه الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می دهد تا آن را از پایانه با پتانسیل کمتر به پایانه با پتانسیل بیشتر ببرد، اصطلاحاً نیروی محرکه الکتریکی (emf) نامیده می شود.

گروه آموزشی ماز

۴۸- چه تعداد از عبارتهای زیر، در مورد مقاومت های LDR نادرست است؟

- الف: LDR جریان الکتریکی را از یک سو عبور داده و از سوی دیگر عبور نمی دهد.
- ب: LDR وسیله ای است که انرژی نورانی را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند.
- ج: با افزایش شدت نور تابیده شده به LDR، مقاومت الکتریکی آن کاهش می یابد.
- د: با افزایش شدت نور تابیده شده به LDR، مقاومت الکتریکی آن افزایش می یابد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

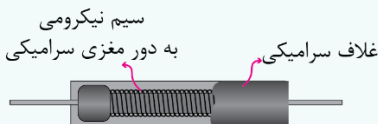
انواع مقاومت ها

در این درسنامه مطالب حفظی کتاب درسی در مورد انواع مقاومت ها را با هم مرور می کنیم.

۱- انواع اصلی مقاومت بر دو نوع هستند:

الف: مقاومت های پیچهای
ب: مقاومت های ترکیبی

- ۲- مقاومت های پیچهای شامل پیچهای از یک سیم نازک اند که معمولاً جنس آن ها از آلیاژی مانند نیکروم یا منگنین است. شکل زیر نمونه ای از ساختار چنین مقاومت هایی را نشان می دهد. این مقاومت ها برای به دست آوردن مقاومت های پایین بسیار دقیق و همچنین توان های بالا ساخته می شوند. بیشینه توان الکتریکی که این مقاومت ها می توانند تحمل کنند، بی آنکه بسوزند، روی آن ها نوشته شده است.



۳- یکی از انواع مشهور مقاومت های پیچهای، رثوستا نام دارد که یک نوع مقاومت متغیر است. در مدارهای الکترونیکی وسیله ای به نام پتانسیومتر به نوعی همان نقش را انجام می دهد. این نوع مقاومت ها، متغیرند.

۴- مقاومت های ترکیبی معمولاً از کربن، برخی نیم رساناها، و یا لایه های نازک فلزی ساخته شده اند. مقاومت های ترکیبی را در اندازه های خاص استاندارد تولید می کنند. مقدار این مقاومت ها یا روی آن ها نوشته می شود، یا عمدتاً به صورت کدی رنگی نشان داده می شود که با ۳ یا ۴ حلقه رنگی روی آن ها مشخص شده است.

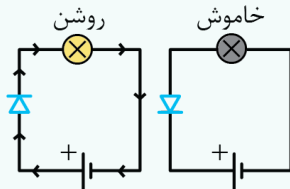
در ادامه به بررسی نکات مربوط به دو مقاومت خاص یعنی ترمیستور و مقاومت های نوری می پردازیم.

۵- ترمیستور: ترمیستور نوعی از مقاومت است که بستگی مقاومت الکتریکی آن به دما با مقاومت های الکتریکی معمولی تفاوت دارد. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج ها استفاده می شود.

۶- مقاومت‌های نوری (LDR): مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود. مثلاً یک LDR نوعی در تاریکی مقاومتی چند مگا اهمی دارد، در حالی که در یک نور مناسب، مقاومت آن به چند صد اهم می‌رسد. نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده شده، بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و در نتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.

در نهایت در مورد دیودها به نکته زیر توجه کنید:

۷- دیودها: دیود قطعه‌ای است که هرگاه در مداری قرار گیرد، جریان را تنها از یک سو عبور می‌دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان در این سو ناچیز است. به همین دلیل، دیود را اغلب به عنوان یک سوکننده جریان در نظر می‌گیرند و آن را با نماد $\rightarrow$ در مدارهای الکتریکی نشان می‌دهند. پیکان در این نماد جهت را نشان می‌دهد که جریان می‌تواند از دیود عبور کند. مثلاً مدارهای ساده زیر نشان می‌دهد که با تعویض جهت دیود، جریان از مدار عبور نمی‌کند و لامپ خاموش می‌شود. همچنین از دیود در مدارهای یک سوکننده برای تبدیل جریان‌های متناوب به جریان‌های مستقیم استفاده می‌شود.



پاسخ تشریحی:

با توجه به متن صفحه ۵۹ کتاب درسی و درسنامه بالا، تنها عبارت «ج» صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۴۹- دو کره فلزی A و B با پایه عایق حاوی بار الکتریکی Q_A و $Q_B = 2Q_A$ هستند. اگر چگالی سطحی بار کره A دو برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B باشد، نسبت حجم کره A به حجم کره B کدام است؟

۱/۸ (۴)

۱/۴ (۳)

۱/۲ (۲)

۱ (۱)

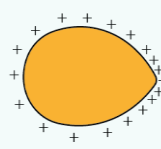
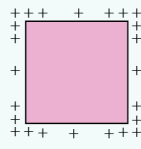
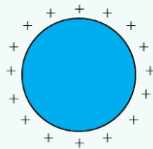
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

چگالی سطحی

چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا: برای اینکه بتوانیم تراکم بار الکتریکی در بخش‌های مختلف سطح یک جسم را با هم مقایسه کنیم، کمیتی به نام چگالی سطحی بار را تعریف می‌کنیم. در واقع چگالی سطحی پارامتری است که به وسیله آن تراکم بار در قسمت‌های مختلف یک جسم نشان داده می‌شود.

$$\sigma = \frac{q}{A}$$



در رابطه بالا A مساحت سطحی است که بار در آن پخش شده است، q بار و σ (بخوانید سیگما) چگالی سطحی بار است. یکای چگالی سطحی بار الکتریکی:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow [\sigma] = \frac{[q]}{[A]} \rightarrow [\sigma] = \frac{C}{m^2}$$

پاسخ تشریحی:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 2$$

ابتدا شعاع کره‌ها را بدست می‌آوریم:

$$\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

حال به کمک رابطه حجم کره یعنی $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ داریم:

گروه آموزشی ماز



۵۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

الف: چگالی سطحی بار الکتریکی در نقاط نوک تیزتر سطح یک جسم رسانای باردار، بیشتر از چگالی سطحی بار الکتریکی در نقاط صاف است.

ب: انرژی پتانسیل الکتریکی، کمیتی نرده‌ای اما پتانسیل الکتریکی، کمیت برداری است.

پ: استفاده از دی‌الکتریک قطبی بین صفحه‌های خازن باعث افزایش ظرفیت خازن و استفاده از دی‌الکتریک غیرقطبی بین صفحه‌های خازن، سبب کاهش ظرفیت خازن می‌شود.

ت: انرژی الکتریکی، در میدان الکتریکی بین صفحات خازن ذخیره می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (الف) و (ت) صحیح هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت (ب): انرژی پتانسیل الکتریکی و پتانسیل الکتریکی، هر دو کمیت‌هایی نرده‌ای هستند.

عبارت (پ): استفاده از هر نوع ماده دی‌الکتریک (قطبی یا غیرقطبی) بین صفحه‌های خازن، باعث افزایش ظرفیت خازن می‌شود.

گروه آموزشی ماز

بار الکتریکی

دو نوع بار الکتریکی وجود دارد:

- ۱- بار الکتریکی مثبت که منشأ آن پروتون‌ها هستند.
- ۲- بار الکتریکی منفی که منشأ آن الکترون‌ها هستند.

پایستگی و کوانتیده بودن بار الکتریکی

پایستگی: بار الکتریکی خودبه‌خود به وجود نمی‌آید و خودبه‌خود از بین نمی‌رود! بلکه از جسمى به جسم دیگر منتقل می‌شود.

اصل کوانتیده بودن: کم‌ترین باری که یک جسم می‌تواند داشته باشد به اندازه بار یک الکترون است. این مقدار را «بار بنیادی» می‌گویند.

بار الکتریکی یک جسم، مضرب درستی از بار بنیادی (e) است:
 $q = \pm ne$ و $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

روش باردار کردن اجسام

به سه روش می‌توان اجسام را باردار کرد: ۱- مالش ۲- تماس ۳- القا

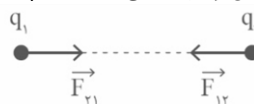
الکتروسکوپ (برق‌نما)

الکتروسکوپ وسیله‌ای آزمایشگاهی است که از یک رسانای یکپارچه شامل کلاهک فلزی، میله فلزی و تیغه‌های نازک و سبک و فلزی ساخته شده که بدون اتصال الکتریکی روی پایه‌ای عایق و درون محفظه‌ای شیشه‌ای و شفاف قرار گرفته است. اگر الکتروسکوپ باردار باشد، تیغه‌های فلزی آن از هم دور می‌شوند.

الکتریسیته ساکن

قانون کولن

دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، بر هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند که این نیرو بین بارها از نوع کنش و واکنش است یعنی با اندازه‌های یکسان و جهت‌های مخالف هم.



(مثال نیروهای بین دو بار ناهم‌نام)

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \quad (N) \rightarrow k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \text{ ثابت کولن}$$

صفر شدن نیروی برآیند در راستا

- ۱- اگر دو بار هم‌نام باشند در نقطه‌ای مابین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر
- ۲- اگر دو بار ناهم‌نام باشند در نقطه‌ای خارج دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \quad \frac{N}{C} \rightarrow q \text{ از } r \text{ فاصله}$$

هر بار الکتریکی در فضای اطراف خود خاصیتی ایجاد می‌کند که به موجب آن به هر بار دیگری که در آن فضا باشد، نیروی الکتریکی وارد می‌کند. این خاصیت، میدان الکتریکی نام دارد.

$$F = E|q|$$

اگر بار الکتریکی وارد میدان بار الکتریکی دیگر شود به آن نیرویی وارد می‌شود که از رابطه رو به رو به دست می‌آید:

خط‌های میدان در هر نقطه، هم‌جهت با نیروی وارد بر بار مثبت واقع در آن نقطه است. خطوط میدان الکتریکی به صورت شعاعی، از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می‌شود. میدان الکتریکی کمیتی برداری است و میدان الکتریکی در هر نقطه، برداری مماس بر خط میدان عبوری از آن نقطه و هم‌جهت با خط میدان است. میزان تراکم خطوط میدان الکتریکی، نشان‌دهنده بزرگی میدان است. هر جا خطوط میدان به یکدیگر نزدیک‌تر و فشرده‌تر و پرتراکم‌تر باشند میدان در آن ناحیه بزرگ‌تر است و بالعکس. خطوط میدان، یکدیگر را قطع نمی‌کنند یعنی از هر نقطه از فضا یک خط میدان می‌گذرد که همان میدان الکتریکی برآیند است. تعداد خط‌های میدان الکتریکی که از یک بار الکتریکی خارج یا به آن داخل می‌شوند، با اندازه آن بار متناسب است. خط میدان در نزدیکی بار بزرگ‌تر، خمیدگی کمتری دارد.

خطوط میدان الکتریکی

میدان الکتریکی

الکتریسیته ساکن

فرض کنید ذره‌ای با بار الکتریکی q در میدان الکتریکی $\vec{E}$ بکنواخت به اندازه $\vec{d}$ جابه‌جا شود. نیروی الکتریکی وارد بر بار $F_E = E|q|$ و کاری که نیروی الکتریکی روی بار انجام می‌دهد برابر است با:

$$W_E = E|q|d \cos \theta$$

کار نیروی الکتریکی

نکته: طبق قضیه کار و انرژی، کار کل انجام شده روی یک جسم برابر تغییر انرژی جنبشی آن است:

$$W_t = \Delta k$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار در یک جابه‌جایی، همواره برابر با منفی کار نیروی الکتریکی وارد بر آن بار در آن جابه‌جایی است.

$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow \Delta U_E = -E|q|d \cos \theta$$

نکته: اگر جهت جابه‌جایی بار، در خلاف تمایل حرکت بار باشد، آن‌گاه $W_E < 0$ و انرژی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد ($\Delta U_E > 0$) و اگر جهت جابه‌جایی بار، مطابق تمایل حرکت بار باشد آن‌گاه $W_E > 0$ و انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد. ($\Delta U_E < 0$)

به تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار الکتریکی در جابه‌جایی بین دو نقطه از میدان الکتریکی، اختلاف پتانسیل الکتریکی می‌گویند (تعریف کمی) و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta V_E = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow |\Delta V_E| = E |d_{||}|$$

$$\xrightarrow{\text{در جهت میدان باشد } d_{||}} \Delta V = -E |d_{||}|$$

$$\xrightarrow{\text{در خلاف جهت میدان باشد } d_{||}} \Delta V = +E |d_{||}|$$

هر باتری از دو پایانه تشکیل شده است، یکی **مثبت** و دیگری **منفی**. هنگامی که می‌گوییم باتری ۱۲ ولت است یعنی پتانسیل الکتریکی پایانه مثبت (+۱۲) به اندازه ۱۲ ولت از پتانسیل الکتریکی پایانه منفی (-۱۲) بیشتر است.

۱- جسم نارسانا: بار داده شده به جسم نارسانا در همان محل باقی می‌ماند.

۲- جسم رسانای منزوی: بار داده شده به جسم رسانای منزوی، فقط روی سطح خارجی رسانا پخش می‌شود و هیچ باری داخل جسم رسانا باقی نمی‌ماند و این ربطی به توپر یا تو خالی بودن جسم رسانا ندارد.

اگر به جسم نارسانا و رسانای منزوی (جسمی که با فضای اطراف خود، بار الکتریکی مبادله نمی‌کند) بار الکتریکی بدهیم، بار به صورت مقابل پخش می‌شود:

$$C = \frac{q}{V} \quad \text{یا} \quad q = CV \quad \text{یا} \quad V = \frac{q}{C}$$

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \quad \text{یا} \quad U = \frac{1}{2} qV \quad \text{یا} \quad U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

اگر خازن به مولد وصل است حتماً از رابطه $E = \frac{V}{d}$ حل کنید زیرا V ثابت است
اگر خازن شارژ شده را از باتری جدا کنند از رابطه $E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A}$ حل کنید زیرا q ثابت است.

انرژی پتانسیل الکتریکی

اختلاف پتانسیل الکتریکی

باتری

انرژی و اختلاف پتانسیل الکتریکی

الکتریسیته ساکن

توزیع بار الکتریکی در اجسام رسانا

رابطه مداری خازن

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن

خازن

انرژی ذخیره شده در خازن

تحلیل میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن

الکترون‌ها چه در غیاب میدان و چه در حضور میدان به طور زیگزاگ و اتفاقی حرکت می‌کنند، اما در غیاب میدان، برآیند حرکت زیگزاگی الکترون‌های آزاد در هر مقطع دلخواهی از رسانا صفر است ولی در حضور میدان، میدان الکتریکی به حرکت کاتوره‌ای الکترون‌ها جهت می‌دهد و باعث می‌شود الکترون‌ها با سرعت متوسطی به نام «سرعت سوق» در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شوند.

بار شارش شده در واحد زمان را شدت جریان الکتریکی متوسط می‌گویند. اگر بار خالص Δq در مدت Δt از مقطعی از رسانا عبور کند، جریان الکتریکی متوسط آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

جریان الکتریکی متوسط

جریان الکتریکی

شیب خط مماس بر نمودار $q-t$ در هر لحظه از زمان، برابر جریان الکتریکی در همان لحظه است.

نمودار بار الکتریکی - زمان

در نمودار جریان - زمان، مساحت ناحیه بین نمودار و محور زمان، نشان‌دهنده بار خالص عبوری می‌باشد. مساحت‌های بالای محور زمان را مثبت و مساحت‌های زیر محور زمان را منفی می‌گیریم.

نمودار جریان - زمان

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

مقاومت الکتریکی قطعه را به صورت نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به شدت جریان عبوری از رسانا تعریف می‌کنند و با نماد R نشان داده می‌شود و یکای آن «ولت بر آمپر (اهم Ω)» است.

$$R = \frac{V}{I}$$

مقاومت الکتریکی و قانون اهم

رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، رابطه ساختاری مقاومت است:

L : طول رسانا برحسب متر (m) A : سطح مقطع رسانا برحسب متر مربع (m^2)

ρ : مقاومت ویژه رسانا برحسب اهم متر ($\Omega \cdot m$) که فقط به جنس رسانا بستگی دارد (البته در دمای ثابت).

اگر چگالی دادند:

$$R = \rho \rho' \frac{L^2}{m}$$

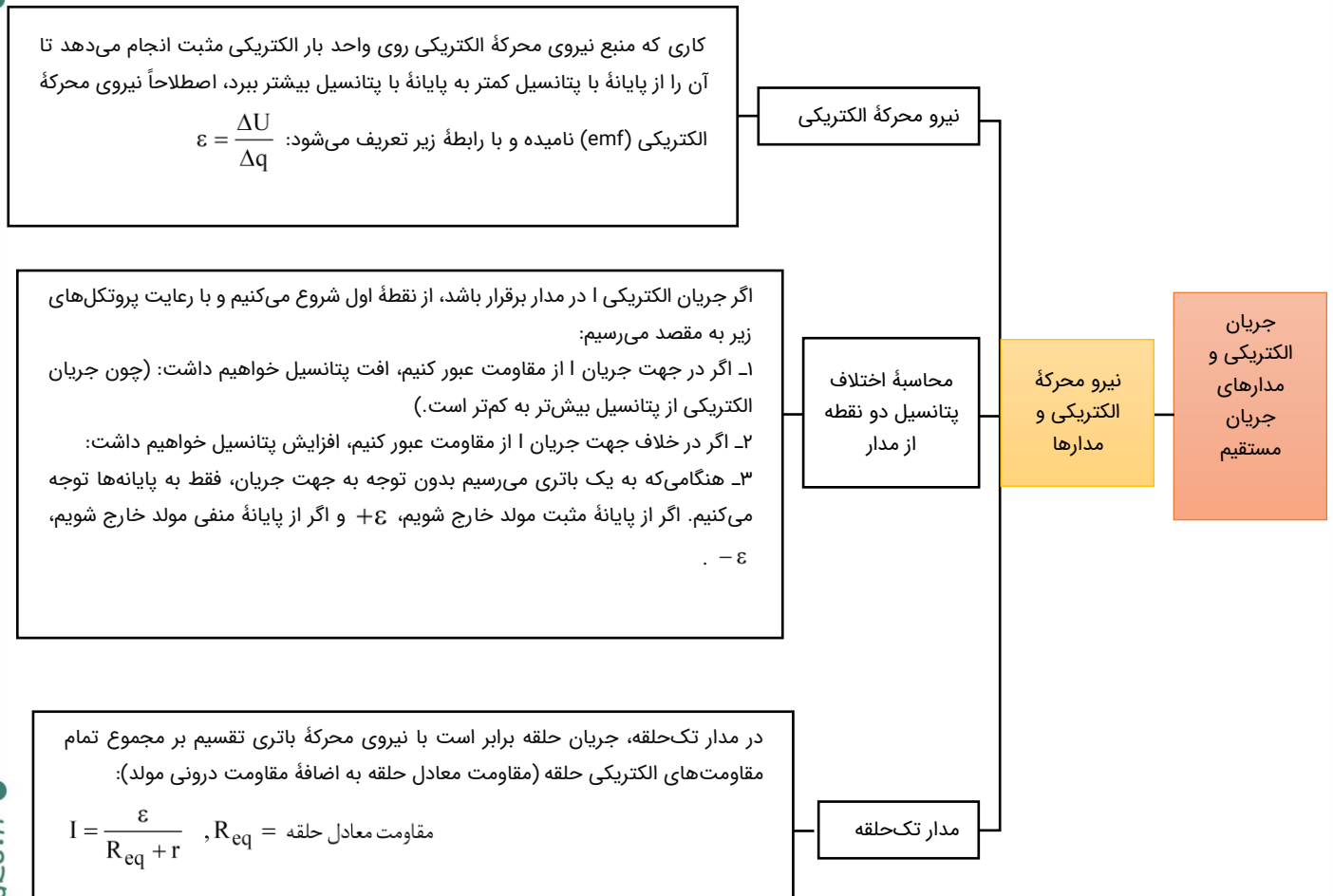
m : جرم رسانا (kg) ρ' : چگالی ($\frac{kg}{m^3}$)

عوامل مؤثر بر مقاومت الکتریکی

رابطه مقاومت ویژه و تغییرات آن:

مقاومت ویژه با تغییرات دما، تغییر می‌کند که طبق رابطه روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha(T - T_0))$$



۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) سوخت فندک یک هیدروکربن سیرشده و راست‌زنجیر است و شاخه فرعی ندارد.
- (۲) در میان ۳۶ عنصر اول جدول تناوبی، بیرونی‌ترین زیرلایه هر عنصر $l = 0$ یا $l = 1$ دارد.
- (۳) با دفن کردن کاغذ گازی بی‌بو و سمی تولید می‌شود که مسئول مرگ کارگران معدن زغال‌سنگ است.
- (۴) در واکنش تولید سیلیسیم به کمک کربن، حرکت ذرات سازنده فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

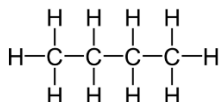
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

یکی از راه‌های دفع کردن کاغذ، دفن کردن آن بوده که با تولید گاز متان همراه است. این گاز که ساده‌ترین هیدروکربن به شمار می‌رود، بی‌بو و بی‌رنگ بوده که در معادن زغال‌سنگ نیز وجود دارد و اگر درصد آن در هوا به بالای ۵ درصد برسد، می‌تواند موجب انفجار شود. انفجار معادن زغال‌سنگ در سده اخیر منجر به مرگ بیش از نیم میلیون نفر شده است. به طور کلی آلکان‌ها (هیدروکربن‌های سیرشده) به علت واکنش‌پذیری ناچیز، سمی نبوده و با مواد موجود در بدن انسان واکنش نمی‌دهند.

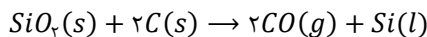
بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سوخت فندک گاز بوتان است که در حالت فشرده به صورت مایع در آمده است. بوتان چهارمین عضو خانواده آلکان‌ها می‌باشد. آلکان‌ها، هیدروکربن‌های سیرشده و بدون حلقه هستند. ساختار بوتان به صورت زیر است و شاخه فرعی در ساختار آن دیده نمی‌شود.



۲) در عناصر دسته p بیرونی‌ترین زیرلایه، زیرلایه p است. همچنین در عناصر دسته‌های s ، d و f ، بیرونی‌ترین زیرلایه، زیرلایه s است. (البته در این میان چند مورد استثنا وجود دارد که در بین ۳۶ عنصر اول جدول تناوبی نیستند.) عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های s و p به ترتیب برابر صفر و یک می‌باشد.

۴) واکنش تولید سیلیسیم به کمک کربن به صورت زیر است:



طی این واکنش از واکنش‌دهنده‌های جامد، گاز کربن مونواکسید و سیلیسیم مایع تولید می‌شود. حرکات نامنظم ذرات سازنده مواد در حالت گاز بیشتر از حالت مایع و آن هم بیشتر از حالت جامد است.

گروه آموزشی ماز

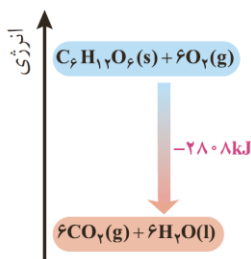
۵۲- در فرایند اکسایش گلوکز در بدن انسان، سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بوده و واکنش گاز هیدروژن با گاز کلر در دمای 25°C ، حجم گاز تولیدشده حجم گاز مصرف‌شده است.

(۱) بیشتر - همانند - برابر (۲) کمتر - برخلاف - بیشتر از (۳) بیشتر - برخلاف - بیشتر از (۴) کمتر - همانند - برابر

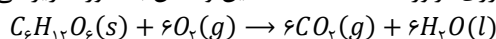
پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

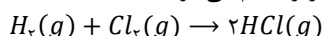
نمودار فرایند اکسایش گلوکز به صورت زیر است:



این فرایند گرماده بوده و طی آن سطح انرژی مواد واکنش‌دهنده کاهش یافته و گرما آزاد می‌شود. در واکنش‌های گرماده همانطور که در نمودار بالا مشخص است، سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بالاتر از سطح انرژی فراورده‌ها است. معادله این واکنش به صورت زیر می‌باشد:



در این فرایند همانند واکنش میان دو گاز هیدروژن و کلر، مقدار گاز مصرف‌شده در سمت واکنش‌دهنده‌ها با مقدار گاز تولیدشده در سمت فراورده‌ها برابر است. واکنش گرماده میان گازهای هیدروژن و کلر به صورت زیر انجام می‌شود:



۵۳- اگر درصد جرمی هیدروژن در آلکانی که نام آن بر اساس قواعد آیوپاک به هپتان ختم شود، به تقریب برابر ۱۵/۵ درصد باشد، حداکثر چند شاخه جانبی در ساختار این آلکان وجود دارد؟ ($H = 1, C = 12: g. mol^{-1}$)

۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مساله - ۱۱۰۱)



فرمول شیمیایی آلکان n کربنه به صورت C_nH_{2n+2} است. بر این اساس جرم مولی این آلکان به صورت $14n + 2$ گرم بر مول و همچنین در یک مول از این ماده $2n + 2$ گرم هیدروژن وجود دارد. پس درصد جرمی هیدروژن برابر است با:

$$H \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم اتم‌های } H}{\text{جرم مولی مولکول}} \times 100 \Rightarrow 15/5 = \frac{2n+2}{14n+2} \times 100 \Rightarrow 200n+200 = 217n+31 \Rightarrow 17n = 169 \Rightarrow n = 10$$

پس در ساختار این هیدروکربن ۱۰ اتم کربن وجود دارد.

آلکانی که نام آن به هپتان ختم می‌شود، ۷ کربن در شاخه اصلی و ۳ کربن در شاخه‌های فرعی دارد. در این حالت هر چه شمار اتم‌های کربن شاخه‌های فرعی کمتر باشد، شمار شاخه‌های فرعی بیشتر خواهد بود؛ پس در ساختار این هیدروکربن، ۳ شاخه متیل حضور دارد.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

اگر در اثر سوختن یک مول از یک هیدروکربن ۱۲ کربنه در حضور ۱۶ مول گاز اکسیژن، ۱۴ مول فراورده تولید شود، بازده واکنش سوختن این هیدروکربن برابر با چند درصد است؟

۷۰ (۴)

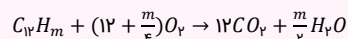
۷۵ (۳)

۸۰ (۲)

۸۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

اگر فرمول شیمیایی هیدروکربن مورد نظر را به صورت $C_{12}H_m$ در نظر بگیریم، معادله واکنش سوختن این هیدروکربن به صورت زیر می‌گردد:



از سوختن یک مول از این هیدروکربن، ۱۶ مول اکسیژن مصرف شده است؛ بنابراین داریم:

$$12 + \frac{m}{4} = 16 \Rightarrow \frac{m}{4} = 4 \Rightarrow m = 16$$

پس هیدروکربن مورد نظر معادل با $C_{12}H_{16}$ بوده و واکنش سوختن آن به صورت $C_{12}H_{16} + 16O_2 \rightarrow 12CO_2 + 8H_2O$ است. همانطور که مشخص است، از سوختن هر مول $C_{12}H_{16}$ ، ۲۰ مول فراورده به صورت نظری تولید می‌شود؛ بنابراین بازده درصدی واکنش برابر است با:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{فراورده عملی}}{\text{فراورده نظری}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{14}{20} \times 100 = 70 \text{ درصد}$$

بنابراین بازده واکنش سوختن این هیدروکربن، ۷۰ درصد است.

گروه آموزشی ماز

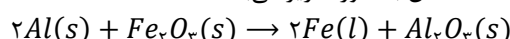
۵۴- کدام یک از مطالب زیر در مورد فلز آهن نادرست است؟

- ۱) از اکسید قرمز رنگ آن در فرایند ترمیت استفاده می‌شود که با تولید یک اکسید فلز واسطه همراه است.
- ۲) در طبیعت به صورت کانه هماتیت بوده و از زغال کک برای تامین انرژی استخراج آن استفاده می‌شود.
- ۳) از منابع تجدیدناپذیر است که طی فرایند فرسایش در نهایت به سنگ معدن خود تبدیل می‌شود.
- ۴) در یک نمونه از هیدروکسید سبز رنگ این فلز، شمار آنیون‌ها دو برابر شمار کاتیون‌ها است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)



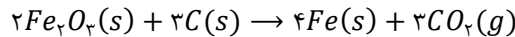
آهن، بیشترین فلز مورد استفاده در صنعت است. این عنصر، در دوره چهارم و گروه هشتم جدول تناوبی عناصر با عدد اتمی ۲۶ قرار دارد. فرایند ترمیت، واکنش میان آهن(III) اکسید و آلومینیم است، که معادله آن به صورت زیر می‌باشد:



در این فرایند اکسید آلومینیم تولید می‌شود. آلومینیم پنجمین فلز اصلی و اولین فلز دسته p است. با توجه به واکنش آلومینیم با ترکیبی از آهن، می‌توان نتیجه گرفت واکنش‌پذیری فلز آلومینیم بیشتر از فلز آهن است.

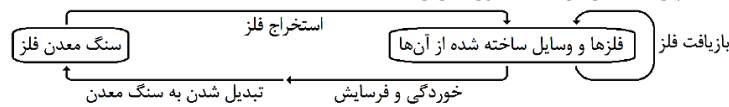
آهن(III) اکسید، Fe_2O_3 ، قرمز رنگ بوده و در نقاشی‌ها به عنوان رنگ قرمز به کار می‌رود.

۲ آهن در طبیعت به صورت کانه هماتیت یافت می‌شود. در صنعت برای استخراج آهن، از کربن استفاده می‌شود که معادله واکنش آن به صورت زیر است:



همچنین از زغال کک (نوعی گرافیت یا همان کربن) برای تامین انرژی این استخراج استفاده می‌شود.

۳ فلزها از منابع تجدیدناپذیر هستند که چرخه عمر آنها به صورت زیر است:



فرایند فرسایش موجب بازگشت مواد به طبیعت می‌شود. در مورد فلزها، موجب تبدیل وسیله فلزی به سنگ معدن خواهد شد.

۴ رنگ آهن (II) هیدروکسید و آهن (III) هیدروکسید به ترتیب سبز و قرمز است. فرمول شیمیایی آهن (II) هیدروکسید به صورت $Fe(OH)_2$ بوده که در یک نمونه از آن نسبت شمار آنیون به شمار کاتیون برابر ۲ است. رنگ محلول حاوی یون‌های Fe^{2+} و Fe^{3+} به ترتیب سبز و زرد می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف: ارزش دمایی یک واحد از یکای دما در SI برابر با ارزش دمایی یک واحد از یکای رایج دما است.

ب: در ترموشیمی، گرمای واکنش‌ها هم به صورت کیفی و هم به صورت کمی بررسی می‌شوند.

پ: بوی غذای سرد نسبت به غذای گرم سریع‌تر در محیط پخش شده و آسان‌تر به مشام می‌رسد.

ت: در همه واکنش‌های شیمیایی، تبادل گرما میان سامانه و محیط پیرامون صورت می‌گیرد.

ث: دمای محیط واکنش‌های گرماده با داد و ستد گرما ممکن است افزایش نیابد.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

همه عبارت‌ها به جز عبارت (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

الف: یکای دما در سیستم SI، کلوین (K) و یکای رایج آن، درجه سانتی‌گراد ($^{\circ}C$) است. ارزش دمایی یک کلوین و یک درجه سانتی‌گراد برابر می‌باشد؛ یعنی افزایش دما به اندازه یک درجه سانتی‌گراد معادل افزایش دما به اندازه یک کلوین است. رابطه میان دما بر حسب کلوین (T) و درجه سانتی‌گراد (θ) به صورت $T = 273 + \theta$ مقابل است:

یکای دما:

یکای رایج دما، درجه سلسیوس ($^{\circ}C$) است؛ درحالی که یکای دما در SI کلوین (K) است. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس با نماد θ و در مقیاس کلوین با نماد T نشان داده می‌شود. توجه داریم که رابطه بین این دو مقیاس دمایی به صورت $T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$ است. با توجه به این رابطه، ارزش دمایی $1^{\circ}C$ با ارزش دمایی 1K برابر خواهد بود؛ پس تغییر دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس ($\Delta\theta$) برابر با میزان تغییر دمای آن جسم در مقیاس کلوین (ΔT) است.

ب: ترموشیمی یا گرماشیمی، شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی کمی و کیفی گرمای واکنش‌های شیمیایی، تغییر آن و تاثیری که بر حالت ماده دارد، می‌پردازد.

پ: با افزایش دمای یک جسم، مقدار انرژی جنبشی یا همان شدت حرکات ذرات سازنده آن جسم، افزایش می‌یابد. مولکول‌های عامل بوی غذا، در حالت گرم نسبت به حالت سرد، جنبش بیشتری دارند و سریع‌تر در محیط پخش شده و به گیرنده بویایی می‌رسند.

ت: یکی از ویژگی‌های بنیادی در همه واکنش‌های شیمیایی، داد و ستد گرما با محیط پیرامون است؛ پس هر واکنش یا گرماگیر است و یا گرماده (برخی واکنش‌های شیمیایی وجود دارند که گرمای آن‌ها ناچیز است، اما صفر نیست).

ث: اگر چه همه واکنش‌های شیمیایی با انتقال گرما میان محیط و سامانه واکنش همراه است، اما در برخی از واکنش‌ها دمای محیط تغییر نمی‌کند. به عنوان مثال با اکسایش گرماده گلوکز در بدن انسان، با وجود آزاد شدن گرما، دمای بدن (محیط) افزایش نمی‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۵۶- ۷۰ لیتر مخلوطی از گازهای فلوئور و هیدروژن در دمای صفر درجه سانتی‌گراد و فشار ۵/۸ اتمسفر، با یکدیگر به طور کامل واکنش داده و ۸۰ کیلوژول

گرما آزاد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از گرمای آزاد شده صرف افزایش دمای فراورده شود، دمای فراورده به چند درجه می‌رسد؟ (ظرفیت گرمایی یک مول

از فراورده این واکنش برابر $32 J \cdot ^{\circ}C^{-1}$ است.)

۱۰۰ (۴)

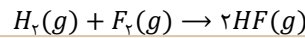
۱۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۴۰ (۱)



واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مساله: برای حل این سوال، با پیدا کردن مقدار هیدروژن فلئوئورید تولید شده، ظرفیت گرمایی این ماده را به دست آورده و در نهایت با توجه به مقدار گرمای تولید شده، تغییر دما را محاسبه می کنیم.

در این واکنش به ازای مصرف دو مول گاز، دو مول گاز هیدروژن فلئوئورید تولید می شود. پس حجم گاز هیدروژن فلئوئورید تولید شده در این واکنش پیش از تغییر دما برابر ۷۰ لیتر بوده است. پس مقدار گاز هیدروژن فلئوئورید تولید شده را به دست می آوریم:

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1 \times n_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2 \times n_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273 \times 1} = \frac{0.5 \times 70}{273 \times n_2} \Rightarrow n_2 = \frac{0.5 \times 70}{22/4} = \frac{5}{3/2} = \frac{50}{32} \text{ mol}$$

ظرفیت گرمایی یک مول هیدروژن فلئوئورید برابر ۳۲ ژول بر درجه سانتی گراد است. بر این اساس مقدار ظرفیت گرمایی گاز تولید شده را محاسبه می کنیم:

رابطه ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه:

$$C_p = m \times c$$

ظرفیت گرمایی جرم گرمای ویژه

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{m_1 c}{m_2 c} \Rightarrow \frac{32}{C_2} = \frac{n_1 M}{n_2 M} \Rightarrow \frac{32}{C_2} = \frac{1}{\frac{50}{32}} \Rightarrow C_2 = 50 \text{ J} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$$

۲۵ درصد از ۸۰ کیلوژول گرمای تولید شده در این واکنش (معادل ۲۰ کیلوژول)، صرف افزایش دمای محصول واکنش می شود. بر این اساس تغییر دمای این ماده را به دست می آوریم:

رابطه گرمای ویژه:

$$Q = mc\Delta\theta = C\Delta\theta$$

اگر مقدار Q بر حسب ژول (J) و مقدار تغییر دمای جسم بر حسب درجه سانتی گراد ($^\circ\text{C}$) و جرم جسم بر حسب گرم (g) باشد، یکای گرمای ویژه معادل با ژول بر گرم بر درجه سانتی گراد ($J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$) می شود. در نقطه‌ی مقابل، اگر مقدار تغییر دمای جسم بر حسب کلوین (K) بیان شود، یکای گرمای ویژه آن جسم معادل با ژول بر گرم بر کلوین ($J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$) می شود. توجه داریم که مقدار گرمای ویژه یک جسم، فقط به نوع ماده سازنده آن جسم بستگی دارد و جرم آن جسم، تاثیری در مقدار گرمای ویژه آن جسم ندارد.

$$Q = C\Delta\theta \Rightarrow 20000 = 50 \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 400^\circ\text{C} \xRightarrow{\theta_1 = 0^\circ\text{C}} \theta = 400^\circ\text{C}$$

بر این اساس دمای فراورده به ۴۰۰ درجه سانتی گراد می رسد.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

گرمای لازم برای افزایش دمای یک مول از هر گاز دو اتمی به اندازه 1°C ، برابر با ۲۸ ژول است. اگر ۷۶ گرم گاز فلئور با دمای ۱۳ درجه سانتی گراد را با ۲۱۳ گرم گاز کلر با دمای ۶۸ درجه سانتی گراد در مخزنی با حجم معین مخلوط کنیم، دمای مخلوط گازی به چند درجه سانتی گراد می رسد؟

$$(F = 19, Cl = 35/5: g \cdot mol^{-1})$$

۳۸ (۱) ۴۲ (۲) ۴۶ (۳) ۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

گرمای لازم برای افزایش دمای یک مول از هر دو گاز به اندازه یک درجه سلسیوس، برابر ۲۸ ژول است؛ یعنی برای افزایش دمای ۳۸ گرم فلئور یا ۷۱ گرم کلر به اندازه یک درجه، ۲۸ ژول گرما لازم است. با این توصیف، در قدم اول گرمای ویژه این دو گاز را محاسبه می کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{فلئور: } Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 28 = 38 \times c \times 1 \Rightarrow c = \frac{14}{19} \text{ J} \cdot g^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \\ \text{کلر: } Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 28 = 71 \times c \times 1 \Rightarrow c = \frac{28}{71} \text{ J} \cdot g^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \end{array} \right.$$

با توجه به قانون پایستگی انرژی، گرمایی که گاز کلر از دست می دهد با گرمایی که گاز فلئور دریافت می کند برابر است؛ پس داریم:

$$\begin{aligned} |Q_{\text{کلر}}| &= |Q_{\text{فلئور}}| \Rightarrow |m_{\text{کلر}} \Delta\theta_{\text{کلر}}| = |m_{\text{فلئور}} \Delta\theta_{\text{فلئور}}| \\ \Rightarrow \left| 213 \times \frac{28}{71} \times (\theta - 68) \right| &= \left| 76 \times \frac{14}{19} \times (\theta - 13) \right| \xrightarrow{\theta - 13 > 0 \text{ و } \theta - 68 < 0} 84 \times (68 - \theta) = 56 \times (\theta - 13) \\ \Rightarrow 3 \times (68 - \theta) &= 2 \times (\theta - 13) \Rightarrow 204 - 3\theta = 2\theta - 26 \Rightarrow 5\theta = 230 \Rightarrow \theta = 46 \end{aligned}$$

پس دما در تعادل گرمایی مورد نظر برابر ۴۶ درجه سانتی گراد است.

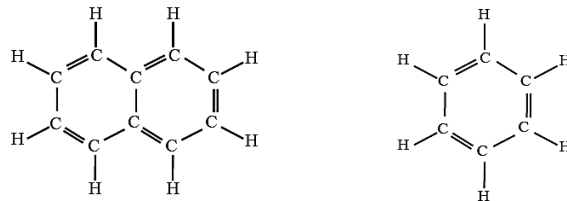
۵۷- کدام یک از مقایسه‌های انجام شده میان بنزن و نفتالن نادرست است؟ ($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

- (۱) درصد جرمی کربن در بنزن کمتر از نفتالن است.
- (۲) نقطه جوش نفتالن بیشتر از نقطه جوش بنزن است.
- (۳) یک گرم بنزن نسبت به یک گرم نفتالن با هیدروژن بیشتری واکنش می‌دهد.
- (۴) نسبت شمار پیوندهای میان اتم‌های کربن به شمار اتم‌های کربن در نفتالن بیشتر از بنزن است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

بنزن و نفتالن دو عضو آروماتیک هیدروکربن‌ها بوده که ساختار آن‌ها به صورت زیر است:



در ساختار بنزن و نفتالن به ترتیب ۳ و ۵ پیوند $C = C$ وجود دارد که هر کدام با یک مولکول هیدروژن واکنش می‌دهد. بر این اساس جرم گاز هیدروژنی را که با یک گرم از هر یک از این مواد واکنش می‌دهد، حساب می‌کنیم:

$$g H_2 = 1 g C_6H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_6}{78 g C_6H_6} \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } C_6H_6} \times \frac{2 g H_2}{1 \text{ mol } H_2} = \frac{1}{13} g$$

$$g H_2 = 1 g C_{10}H_8 \times \frac{1 \text{ mol } C_{10}H_8}{128 g C_{10}H_8} \times \frac{5 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } C_{10}H_8} \times \frac{2 g H_2}{1 \text{ mol } H_2} = \frac{10}{128} = \frac{1}{12.8} g$$

پس جرم هیدروژن مصرف شده در واکنش با یک گرم نفتالن بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در بنزن ($\frac{6}{6} = 1$) کمتر از نفتالن ($\frac{10}{8} = 1.25$) است و بر همین اساس می‌توان گفت درصد جرمی کربن در بنزن

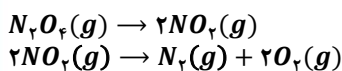
کمتر می‌باشد. در هیدروکربن‌ها برای مقایسه درصد جرمی کربن می‌توان از نسبت شمار اتم‌های کربن به شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار یا فرمول شیمیایی دو یا چند ترکیب استفاده کرد.

۲) هیدروکربن‌ها همگی ناقطبی هستند. همچنین جرم و حجم مولکول‌های نفتالن بیشتر از مولکول‌های بنزن بوده و به این علت می‌توان گفت نیروی بین مولکولی در نفتالن قوی‌تر بوده و نقطه جوش بیشتری دارد. نفتالن در دمای اتاق جامد سفیدرنگ و بنزن مایعی بی‌رنگ است.

۴) در ساختار نفتالن و بنزن به ترتیب ۱۶ و ۹ پیوند کووالانسی میان اتم‌های کربن برقرار است. پس نسبت خواسته شده برای نفتالن $1/6$ و برای بنزن $1/5$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۸- ۵ مول گاز N_2O_4 را در یک ظرف سرپسته قرار می‌دهیم تا طی دو واکنش متوالی زیر تجزیه شود. اگر در پایان واکنش‌ها $1/5$ مول NO_2 و $2/25$ مول N_2O_4 در ظرف وجود داشته باشد، اختلاف بازده درصدی دو واکنش چقدر است؟



۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

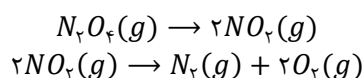
۲۰ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

واکنش‌های انجام شده به صورت زیر هستند:



راه حل مساله: در این فرایند بخشی از گاز N_2O_4 در واکنش شرکت کرده و گاز NO_2 تولید می‌کند. پس از آن بخشی از گاز NO_2 تولید شده در واکنش اول، در واکنش دوم مصرف می‌شود و گاز نیتروژن تولید می‌شود. برای حل این سوال، ابتدا آن بخشی از NO_2 مصرف شده در واکنش دوم را محاسبه می‌کنیم. جمع این NO_2 مصرف شده و موجود در ظرف برابر مقدار عملی فراورده واکنش اول است. همچنین مقدار نیتروژن تولید شده از مجموع مقدار NO_2 ‌ها برابر مقدار نیتروژن تولید شده به صورت نظری است. در نهایت بازده دو واکنش را محاسبه می‌کنیم.

ابتدا با توجه به مقدار نیتروژن تولیدشده، مقدار نیتروژن دی اکسید مصرف شده در واکنش دوم را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol NO}_2 = \frac{2}{25} \text{ mol N}_2 \times \frac{2 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 4/5 \text{ mol}$$

پس در واکنش دوم ۴/۵ مول گاز نیتروژن دی اکسید مصرف شده است؛ بر این اساس مقدار گاز نیتروژن دی اکسید تولیدشده به صورت عملی در واکنش اول برابر ۶ مول است. بر این اساس مقدار نیتروژن تولیدشده در واکنش دوم به صورت نظری را به دست می آوریم:

$$? \text{ N}_2 = 6 \text{ mol NO}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{2 \text{ mol NO}_2} = 3$$

در واکنش اول نیز مقدار NO_2 تولیدشده به صورت نظری، از ۵ مول گاز N_2O_4 برابر ۱۰ مول است. بر این اساس بازده درصدی دو واکنش را حساب می کنیم:

$$R = \frac{\text{مقدار } \text{N}_2 \text{ تولیدشده به صورت عملی}}{\text{مقدار } \text{N}_2 \text{ تولیدشده به صورت نظری}} \times 100 \Rightarrow R_2 = \frac{2/25}{3} \times 100 = 2.7\%$$

$$R = \frac{\text{مقدار } \text{NO}_2 \text{ تولیدشده به صورت عملی}}{\text{مقدار } \text{NO}_2 \text{ تولیدشده به صورت نظری}} \times 100 \Rightarrow R_1 = \frac{6}{10} \times 100 = 60\%$$

پس تفاوت بازده درصدی این دو واکنش برابر ۱۵ درصد بوده و بازده واکنش دوم بیشتر است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

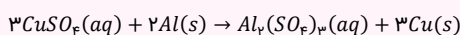
اگر ۵۰۰ میلی لیتر محلول مس (II) سولفات با یک نمونه ۳۰ گرمی آلومینیم ناخالص به طور کامل واکنش داده و محلول ۰/۸ مولار آلومینیم سولفات و رسوب مس ایجاد کند، درصد خلوص آلومینیم در این نمونه چقدر است و چند گرم فلز مس در این واکنش تولید شده است؟ (از تغییر حجم محلول چشم پوشی کنید).

$$(Al = 27, Cu = 64: g. mol^{-1})$$

$$115/2 - 72 \text{ (۴)} \quad 115/2 - 81 \text{ (۳)} \quad 76/8 - 72 \text{ (۲)} \quad 76/8 - 81 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ابتدا مقدار $Al_2(SO_4)_3$ تولیدشده را محاسبه می کنیم:

$$C = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.8 = \frac{n}{0.5 \text{ L} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} \Rightarrow n = 0.4 \text{ mol}$$

حال، جرم آلومینیم مصرف شده در این واکنش را حساب می کنیم.

$$? g Al = 0.4 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{2 \text{ mol Al}}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 21.6 \text{ g}$$

پس، درصد خلوص این نمونه آلومینیم برابر است با:

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم } Al \text{ خالص}}{\text{جرم کل } Al} \times 100 \Rightarrow A = \frac{21.6}{30} \times 100 = 72\%$$

و در انتها جرم فلز مس تولیدشده را به دست می آوریم:

$$? g Cu = 0.4 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3 \times \frac{3 \text{ mol Cu}}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 76.8 \text{ g}$$

پس در این واکنش ۷۶/۸ گرم فلز مس تولید می شود.

گروه آموزشی ماز

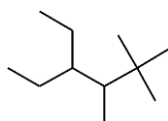
۵۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد ۴-اتیل-۳،۲،۲-تری متیل هگزان نادرست است؟

- (۱) شمار اتم های کربن متصل به یک اتم هیدروژن بیشتر از شمار اتم های کربن متصل به دو اتم کربن است.
- (۲) این ماده همانند فلز طلا با مواد موجود در بدن انسان واکنش شیمیایی نمی دهد.
- (۳) در دمایی که این ترکیب به صورت گاز است، آب به صورت بخار یافت می شود.
- (۴) این ترکیب آلی را ممکن است در نفت سفید پیدا کرد.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ شریعی

ساختار شیمیایی ترکیب مورد نظر به صورت زیر است:



در ساختار این ترکیب ۲ اتم کربن با یک اتم هیدروژن و سه اتم کربن پیوند اشتراکی دارد (اتم های سوم و چهارم شاخه اصلی که به یک شاخه فرعی اتصال دارند) و همچنین دو اتم کربن به دو اتم کربن دیگر متصل هستند. (کربن پنجم شاخه اصلی که به هیچ شاخه فرعی متصل نیست و همچنین کربن گروه اتیل که به زنجیره اصلی وصل است).

۲) طلا یک فلز با واکنش پذیری پایین است و با مواد موجود در بدن انسان و هوا واکنش نخواهد داد. نمودار زیر خواص منحصر به فرد فلز طلا را نشان می‌دهد:



همچنین ترکیب مورد نظر یک آلکان است. آلکان‌ها به علت سیر شده بودن واکنش‌پذیری ناچیزی دارند و با بدن انسان واکنش نمی‌دهد. آلکان‌ها از دو طریق به بدن انسان آسیب خواهند زد. یک مورد در تماس مداوم پوست با آلکان‌های مایع و حل کردن چربی‌های پوست و آسیب زدن به آن است. مورد دیگر، استنشاق مقدار قابل توجه از بخارهای آلکان‌ها است که می‌تواند موجب خفگی شود. (البته مقدار ناچیزی از این مواد تاثیری بر ریه انسان ندارند.)

۳) آلکان‌های راست‌زنجیر با بیش از ۷ اتم کربن، نقطه جوشی بالای ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد دارند. ترکیب مورد نظر ۱۱ اتم کربن در ساختار خود دارد و مولکولی بسیار سنگین‌تر از اوکتان (اولین آلکان با نقطه جوش بیش از ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد) داشته و بر همین اساس نقطه جوش بیشتر از ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد خواهد داشت؛ پس این ترکیب در دماهایی بالاتر از ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد به حالت گاز دیده می‌شود و آب در این دماها به صورت بخار آب خواهد بود.

۴) نفت سفید مخلوطی از آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است. این ترکیب نیز ۱۱ اتم کربن در هر مولکول خود دارد و ممکن است در نفت سفید یافت گردد.

شمارش تعداد اتم‌های کربن یک آلکان بر اساس نام آیه‌پاک:

باید تعداد اتم‌های کربن شاخه‌های فرعی و زنجیره اصلی را با هم جمع کنیم. به عنوان مثال، ترکیب ۳،۳-دی اتیل-۴-متیل اوکتان ۱۳ کربن در ساختار خود دارد:

$$\begin{cases} 2 = 4 \times (2) + 2 & \text{(دو کربن) اتیل} \\ 1 & \text{(یک کربن) متیل} \\ 8 & \text{اوکتان} \end{cases} \Rightarrow n = 4 + 1 + 8 = 13$$

۳،۳-دی اتیل - ۴-متیل اوکتان

گروه آموزشی ماز

۶۰- ۶۰ گرم آلیاژی از آهن و آلومینیم در واکنش با تیتانیم (IV) اکسید، ۲۴ گرم فلز تیتانیم تولید می‌کند. همین جرم از این آلیاژ با چند لیتر محلول ۲/۵ مولار هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد؟ (فلز آلومینیم در واکنش با هیدروکلریک اسید، گاز هیدروژن و آلومینیم کلرید تولید می‌کند.)

$$(Al = 27, Ti = 48, Fe = 56; g. mol^{-1})$$

۱۷۰۰ (۴)

۱۴۰۰ (۳)

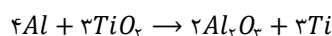
۱۳۰۰ (۲)

۱۰۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

واکنش‌پذیری تیتانیم از آهن بیشتر بوده و ترکیبات آن با فلز آهن واکنش نخواهند داد. پس تنها واکنش انجام‌شده، میان آلومینیم و تیتانیم (IV) رخ خواهد داد که معادله موازنه‌شده آن به صورت زیر است:



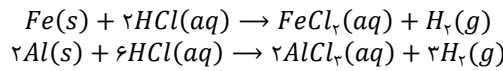
راه حل مساله: باید ابتدا جرم هر یک از فلزها را در آلیاژ مورد نظر محاسبه کنیم. تا بتوان مقدار اسیدی را که با هر یک واکنش می‌دهد، به دست آورد. برای این کار با توجه به آن که تنها واکنش‌پذیری آلومینیم بیشتر از تیتانیم است، جرم آلومینیمی را که با تیتانیم (IV) اکسید واکنش می‌دهد، محاسبه کرده و جرم آهن را نیز مطابق آن به دست می‌آوریم.

بر این اساس مقدار آلومینیم موجود در این آلیاژ را به دست می‌آوریم:

$$? g Al = 24 g Ti \times \frac{1 mol Ti}{48 g Ti} \times \frac{4 mol Al}{3 mol Ti} \times \frac{27 g Al}{1 mol Al} = 18 g$$

اگر چه در کتاب درسی به مقایسه واکنش پذیری تیتانیم و آلومینیم اشاره‌ای نشده است. اما چون در این فرایند، تیتانیم از اکسید آن تولید شده است، پس واکنشی میان تیتانیم (IV) اکسید و حداقل یکی از فلزهای آلومینیم و آهن رخ داده است که با توجه به توضیحات بالا، واکنش مورد نظر میان این ماده با فلز آلومینیم بوده است.

پس در این ترکیب ۱۸ گرم فلز آلومینیم و ۴۲ گرم فلز آهن وجود دارد. واکنش این دو فلز با محلول HCl به صورت زیر است:



حال مقدار HCl را که با این دو فلز واکنش می‌دهد، حساب می‌کنیم:

$$Fe: ? mL HCl \text{ محلول} = 42 g Fe \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{56 g Fe} \times \frac{2 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } Fe} \times \frac{1 \text{ L HCl محلول}}{2/5 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 600 \text{ mL}$$

$$Al: ? mL HCl \text{ محلول} = 18 g Al \times \frac{1 \text{ mol } Al}{27 g Al} \times \frac{6 \text{ mol } HCl}{2 \text{ mol } Al} \times \frac{1 \text{ L HCl محلول}}{2/5 \text{ mol HCl}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 800 \text{ mL}$$

پس در این دو واکنش در مجموع، ۱۴۰۰ میلی‌لیتر اسید مصرف شده است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

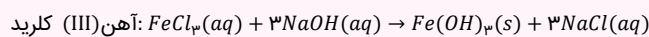
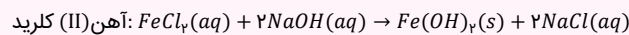
۱۴۲۰ گرم مخلوطی ناخالص از آهن(II) کلرید و آهن(III) کلرید را در مقدار کافی آب حل می‌کنیم. اگر این محلول با ۱/۵ لیتر محلول حاوی ۱۸ مول سدیم هیدروکسید واکنش داده و ۷۵۴ گرم رسوب آهن(II) هیدروکسید و آهن(III) هیدروکسید تولید کند، درصد جرمی یون کلرید در مخلوط اولیه چقدر است؟

$$(H = 1, O = 16, Cl = 35/5, Fe = 56: g. mol^{-1})$$

$$\begin{array}{cccc} 36 & (1) & 45 & (2) \\ 50 & (3) & 54 & (4) \end{array}$$

پاسخ: گزینه ۲

واکنش‌های انجام شده به صورت زیر هستند:



اگر در مخلوط اولیه مقدار آهن(II) کلرید و آهن(III) کلرید را به ترتیب x و y مول در نظر بگیریم، به ازای آهن(II) کلرید $2x$ مول و به ازای آهن(III) کلرید نیز $3y$ مول سدیم هیدروکسید مصرف می‌شود. همچنین در این دو واکنش، به ازای آهن(II) کلرید $90x$ گرم رسوب (معادل x مول آهن(II) هیدروکسید) و به ازای آهن(III) کلرید نیز $107y$ گرم رسوب (معادل y مول آهن(III) هیدروکسید) تولید می‌شود بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} ? \text{ mol } NaOH = 2x + 3y &\Rightarrow 2x + 3y = 18 \\ 90x + 107y &\Rightarrow 90x + 107y = 754 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 6 \text{ و } y = 2$$

در مرحله‌ی بعد، مقدار یون کلرید را در مخلوط اولیه حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{آهن(II) کلرید: } ? g Cl^- &= 6 \text{ mol } FeCl_2 \times \frac{2 \text{ mol } Cl^-}{1 \text{ mol } FeCl_2} \times \frac{35/5 g Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} = 426 g \\ \text{آهن(III) کلرید: } ? g Cl^- &= 2 \text{ mol } FeCl_3 \times \frac{3 \text{ mol } Cl^-}{1 \text{ mol } FeCl_3} \times \frac{35/5 g Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} = 213 g \end{aligned} \right\} \Rightarrow Cl^- \text{ جرم} = 426 + 213 = 639$$

در انتها، درصد جرمی یون کلرید را در مخلوط اولیه بدست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی یون کلرید} = \frac{\text{جرم یون کلرید}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{639}{1420} \times 100 = 45 \text{ درصد}$$

بنابراین، یون‌های کلرید ۴۵ درصد از جرم مخلوط اولیه را تشکیل می‌دادند.

گروه آموزشی ماز

۶۱- اگر برای تولید ۱۰۰ گرم اسکاندیم در واکنش موازنه نشده $ScCl_3 + Mg \rightarrow Sc + MgCl_2$ ، ۱۰۰ گرم فلز منیزیم ناخالص مصرف شود، درصد خلوص منیزیم چقدر است و در این فرایند به تقریب چند گرم از فرآورده دیگر تولید می‌شود؟

$$(Mg = 24, Cl = 35/5, Sc = 45: g. mol^{-1})$$

$$380 - 75 \text{ (4)}$$

$$380 - 80 \text{ (3)}$$

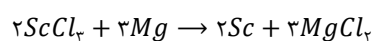
$$317 - 75 \text{ (2)}$$

$$317 - 80 \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مساله ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است



ابتدا جرم منیزیم خالص مصرف شده در واکنش بالا را حساب می‌کنیم:

$$? g Mg = 100 g Sc \times \frac{1 \text{ mol } Sc}{45 g Sc} \times \frac{3 \text{ mol } Mg}{2 \text{ mol } Sc} \times \frac{24 g Mg}{1 \text{ mol } Mg} = 80 g$$

پس در ۱۰۰ گرم از نمونه ناخالص منیزیم، ۸۰ گرم فلز وجود دارد که برابر درصد خلوص این نمونه است.

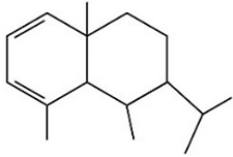
حال جرم منیزیم کلرید تولید شده در این فرایند را به دست می آوریم:

$$? g MgCl_2 = 100 g Sc \times \frac{1 mol Sc}{45 g Sc} \times \frac{3 mol MgCl_2}{2 mol Sc} \times \frac{95 g MgCl_2}{1 mol MgCl_2} = 316/7 g$$

بنابراین در این واکنش به تقریب ۳۱۷ گرم منیزیم کلرید تولید می شود.

گروه آموزشی ماز

۶۲- چند مورد از مطالب زیر در مورد مولکولی با ساختار مقابل درست است؟ ($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)



الف: برای سوختن کامل هر مول از آن به ۲۲/۵ مول گاز اکسیژن نیاز است.

ب: هر مول گاز هیدروژن با ۱۰۹ گرم از این ترکیب واکنش می دهد.

پ: یک هیدروکربن آروماتیک محسوب می شود.

ت: در ساختار آن پنج گروه CH_3 وجود دارد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

در ساختار این ترکیب ۱۶ اتم کربن، ۲ پیوند $C = C$ و ۲ حلقه وجود دارد؛ پس شمار هیدروژن های موجود در این ترکیب را حساب می کنیم:

محاسبه تعداد اتم های هیدروژن (m) در یک هیدروکربن:

$$m = 2 \times (\text{تعداد پیوند دوگانه} - \text{تعداد حلقه} - 4 \times (\text{تعداد پیوند سه گانه})) + 2$$

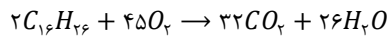
$$(\text{شمار پیوندهای } C \equiv C) \times 4 - (\text{شمار حلقه ها} + \text{شمار پیوندهای } C = C) \times 2 - (1 + \text{شمار اتم های کربن}) \times 2 = \text{شمار اتم های هیدروژن}$$

$$\Rightarrow H = 2 \times (16 + 1) - 2 \times (2 + 2) = 26$$

پس فرمول شیمیایی این ترکیب به صورت $C_{16}H_{26}$ است. عبارت های (الف)، (ب) و (ت) در مورد این ترکیب درست هستند.

بررسی موارد:

الف: واکنش سوختن کامل این ترکیب به صورت زیر است:



پس برای سوختن یک مول از این ترکیب به ۲۲/۵ مول گاز اکسیژن نیاز است.

به طور کلی در واکنش سوختن یک مول هیدروکربن، برابر شمار اتم های کربن، گاز کربن دی اکسید و به اندازه نصف شمار اتم های هیدروژن، آب تولید می شود.

همچنین در این واکنش به اندازه مجموع شمار اتم های کربن و ربع شمار اتم های هیدروژن، گاز اکسیژن مصرف خواهد شد.

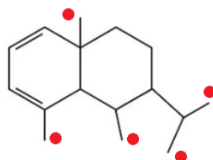
ب: در ساختار این ترکیب ۲ پیوند $C = C$ وجود دارد و هر مول از آن (معادل ۲۱۸ گرم) با دو مول گاز هیدروژن واکنش می دهد. پس یک مول گاز هیدروژن

با نیم مول از این ترکیب که ۱۰۹ گرم جرم دارد، واکنش خواهد داد.

پ: در ساختار این ترکیب دو حلقه ۶ کربنی وجود دارد که هیچ کدام ۳ پیوند $C = C$ ندارند. پس این ترکیب حلقه بنزنی (آروماتیک) نداشته و هیدروکربن

آروماتیک به حساب نمی آید.

ت: گروه های CH_3 موجود در این ترکیب در شکل زیر مشخص شده اند.



گروه آموزشی ماز

۶۳- اگر به ازای تولید جرم های برابر اتانول از اتن و گلوکز، جرم گلوکز مصرف شده ۲/۴ برابر جرم اتن مصرف شده باشد، بازده درصدی واکنش تخمیر چند

برابر بازده درصدی واکنش اتن با آب است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

۰/۱۳ (۴)

۷/۷۱ (۳)

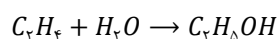
۰/۷۵ (۲)

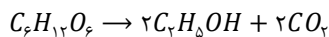
۱/۳۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

واکنش های انجام شده به صورت زیر است:





راه حل مساله: برای حل این سوال، مقدار عملی اتانول تولید شده در دو واکنش را طبق سوال، برابر در نظر می گیریم و مقدار نظری اتانول تولید شده در دو واکنش را با توجه به مقدار نسبی دو واکنش دهنده حساب و در نهایت نسبت بازده دو واکنش را بررسی می کنیم.

اگر جرم اتن مصرف شده در واکنش اول را x گرم در نظر بگیریم، جرم گلوکز مصرف شده در واکنش دوم $2/4x$ گرم خواهد بود. بر این اساس مقدار اتانول تولید شده به صورت نظری در دو واکنش را محاسبه می کنیم:

$$mol\ C_7H_5OH = x\ g\ C_7H_5 \times \frac{1\ mol\ C_7H_5}{28\ g\ C_7H_5} \times \frac{1\ mol\ C_7H_5OH}{1\ mol\ C_7H_5} = \frac{x}{28}\ mol$$

$$mol\ C_7H_5OH = 2/4x\ g\ C_6H_{12}O_6 \times \frac{1\ mol\ C_6H_{12}O_6}{180\ g\ C_6H_{12}O_6} \times \frac{2\ mol\ C_7H_5OH}{1\ mol\ C_6H_{12}O_6} = \frac{8x}{300}\ mol$$

مقدار اتانول تولید شده به صورت عملی در دو واکنش را مساوی و برابر y مول در نظر می گیریم. بازده این دو واکنش را به دست می آوریم:

$$R = \frac{\text{مقدار فراورده عملی}}{\text{مقدار فراورده نظری}} \times 100 \quad \begin{cases} R_1 = \frac{y}{\frac{x}{28}} \times 100 = \frac{2800y}{x} \\ R_2 = \frac{y}{\frac{8x}{300}} \times 100 = \frac{3000y}{8x} \end{cases}$$

در نهایت نسبت بین این دو را محاسبه می کنیم:

$$A = \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{3000y}{8x}}{\frac{2800y}{x}} = \frac{300}{8 \times 28} = 1/34$$

پس نسبت مورد نظر به تقریب برابر $1/34$ است.

گروه آموزشی ماز

۶۴- کدام یک از عبارت ها، جمله زیر را به درستی تکمیل می کنند؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)

«با افزایش شمار اتم های کربن در»

الف: آلکان ها – تمایل به بخار شدن افزایش می یابد.

ب: آلکین ها – درصد جرمی هیدروژن افزایش می یابد.

پ: آلکن ها – جرم اکسیژن مورد نیاز برای سوختن یک گرم از آن ها، زیاد می شود.

ت: آلکن ها – جرم گاز هیدروژن مورد نیاز برای سیر کردن یک گرم از آن ها، کاهش می یابد.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «ت»

(۱) «الف» و «پ»

پاسخ: گزینه ۴ (سخت – مفهومی – ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

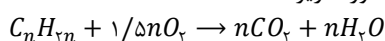
عبارت های (ب) و (ت) جمله مورد نظر را به درستی کامل می کنند.

بررسی موارد:

الف: با افزایش شمار اتم های کربن در آلکان ها، جرم و حجم مولکول ها افزایش می یابد که موجب افزایش نیروی بین مولکولی می شود. با افزایش نیروی بین مولکولی، نقطه جوش، چسبندگی و گرانروی (مقاومت در برابر جاری شدن) افزایش و فراریت (تمایل به بخار شدن) کاهش می یابد.

ب: در هیدروکربن ها با افزایش نسبت شمار اتم های کربن به شمار اتم های هیدروژن، درصد جرمی کربن افزایش و درصد جرمی هیدروژن کاهش می یابد. در آلکین ها با افزایش اتم های کربن، نسبت مورد نظر ($\frac{n}{n-2}$)، کاهش خواهد یافت. پس درصد جرمی هیدروژن در این خانواده با افزایش شمار اتم های کربن، افزایش می یابد.

پ: واکنش سوختن آلکن ها با فرمول عمومی C_nH_{2n} به صورت زیر است:

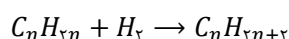


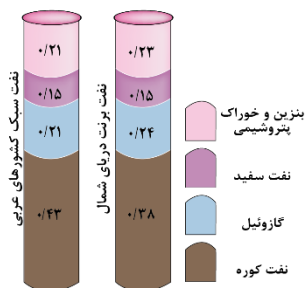
جرم اکسیژن مورد نیاز برای سوختن یک گرم آلکن را محاسبه می کنیم:

$$? g\ O_2 = 1\ g\ C_nH_{2n} \times \frac{1\ mol\ C_nH_{2n}}{14n\ g\ C_nH_{2n}} \times \frac{1/2n\ mol\ O_2}{1\ mol\ C_nH_{2n}} \times \frac{32\ g\ O_2}{1\ mol\ O_2} = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}\ g$$

همان طور که مشخص است، برای سوختن یک گرم آلکن، همواره $\frac{24}{7}$ گرم اکسیژن مصرف می شود و شمار اتم های کربن بر آن اثری ندارد.

ت: برای سیر شدن هر مول آلکن یک مول گاز هیدروژن مصرف می شود. با افزایش شمار اتم های کربن در آلکن ها، جرم مولی افزایش و مقدار ماده موجود در یک گرم از آن کاهش می یابد. پس با افزایش جرم مولی آلکن ها، جرم گاز هیدروژن لازم برای سیر کردن یک گرم از آن ها کاهش خواهد یافت. واکنش انجام شده به صورت زیر است:





۶۵- درصد اجزای نفت خام در دو نفت به صورت مقابل است. کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) گریس نسبت به بنزین تمایل بیشتری برای جاری شدن دارد.
- (۲) نقطه جوش نفت کوره و نقطه جوش نفت سفید تفاوت زیادی دارد.
- (۳) به دست آوردن سوخت هواپیما از نفت سبک کشورهای عربی به صرفه تر است.
- (۴) درصد جزئی از نفت که از نفت سفید فراریت بیشتری دارد، در نفت برنت کمتر است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۱)

پاسخ تشریحی:

بخش عمده سوخت هواپیما از نفت سفید به دست می آید. درصد این جزء نفت خام در دو نفت خام مطرح شده برابر است. از طرفی به علت بیشتر بودن درصد اجزای فرارتر نفت، در نفت برنت دریای شمال، قیمت این نفت بیشتر از نفت کشورهای عربی می باشد. پس برای تولید مقدار برابر نفت سفید از این دو طلای سیاه، جرم های برابر از این دو نفت لازم است که نفت کشورهای عربی ارزان تر خواهد بود. به طور کلی کاربردهای نفت به دو دسته سوختن و ساختن (به کار رفتن برای تولید سایر مواد آلی) تقسیم می شود. اجزای سنگین تر نفت یعنی نفت کوره و گازوئیل عمدتاً برای سوختن استفاده می شود. در حالی که از اجزای سبک تر در صنایع پتروشیمی برای تولید سایر مواد استفاده می شود. به همین علت است که هر چه اجزای فرارتر یک نفت بیشتر باشد، قیمت بیشتری خواهد داشت.

بررسی سایر گزینه ها:

۱ فرمول نسبی گریس به صورت $C_{18}H_{28}$ است. مولکول های این ماده از مولکول های نفت سفید (آلکان هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن) سنگین تر و همچنین مولکول های بنزین از مولکول های نفت سفید کوچک تر هستند. پس مولکول های گریس بزرگ تر از بنزین بوده و نیروی بین مولکولی در آنها قوی تر است؛ بنابراین گرانیوی (مقاومت در برابر جاری شدن) نمونه گریس بیشتر از نمونه بنزین بوده و تمایل کمتری برای جاری شدن نشان می دهد.

۲ بنزین، نفت سفید، گازوئیل و نفت کوره اجزای نفت خام هستند که طی فرایند تقطیر جزء به جزء، از یکدیگر جدا می شوند. از این روش خالص سازی مخلوط ها هنگامی می توان استفاده کرد که نقطه جوش اجزای سازنده مخلوط به هم نزدیک باشد. پس نقطه جوش اجزای مختلف نفت مانند نفت کوره و سفید تفاوت اندکی دارد.

۴ بنزین و خوراک پتروشیمی از نفت سفید فراریت بیشتر و نفت کوره و گازوئیل از نفت سفید فراریت کمتر دارند. درصد جزء بنزین و خوراک پتروشیمی در نفت برنت دریای شمال، بیشتر از نفت سبک کشورهای عربی است.

گروه آموزشی ماز

۶۶- با توجه به جدول زیر، کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

گروه \ دوره	۱۴	۱۵	۱۶
سوم	Y	M	
چهارم	D		X
پنجم	E		L

الف: نسبت شمار نوترون به شمار پروتون در اتم L بیش تر از اتم X است.

ب: عنصر Y شعاع اتمی کوچک تر از ژرمانیم و واکنش پذیری بیشتر از اکسیژن دارد.

پ: عنصر D همانند عنصر E سطحی درخشان دارد و همانند عنصر M در اثر ضربه خورد می شود.

ت: از عنصر X در ساخت چراغ ماشین استفاده می شود و بیشترین واکنش پذیری را در میان عناصر نافلزاتی هم دوره خود دارد.

(۴) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ت»

عناصر در جدول مطرح شده به صورت مقابل هستند:

	گروه ۱۴	گروه ۱۵	گروه ۱۶
دوره سوم	Si	P	
دوره چهارم	Ge		Se
دوره پنجم	Sn		Te

عبارت‌های (الف) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

الف: نسبت شمار نوترون به شمار پروتون را در دو عنصر $^{124}_{52}\text{Te}$ و $^{80}_{34}\text{Se}$ به دست می‌آوریم:

$$^{124}_{52}\text{Te}: \frac{n}{p} = \frac{A-Z}{Z} = \frac{124-52}{52} = \frac{72}{52} = 1/38$$

$$^{80}_{34}\text{Se}: \frac{n}{p} = \frac{A-Z}{Z} = \frac{80-34}{34} = \frac{46}{34} = 1/35$$

ب: در جدول تناوبی از بالا به پایین با افزایش شمار لایه‌های الکترونی، شعاع اتمی عناصر افزایش می‌یابد. همچنین در یک دوره از چپ به راست به علت ثابت بودن شمار لایه‌های الکترونی و افزایش شمار پروتون‌ها، نیروی هسته بر لایه آخر الکترونی افزایش یافته که موجب کاهش شعاع اتمی می‌گردد. پس شعاع اتمی سیلیسیم از ژرمانیم کوچک‌تر است.

واکنش‌پذیری سیلیسیم از کربن کمتر است و به همین علت در واکنش سیلیس (SiO_2) و کربن، این عنصر به صورت مایع آزاد می‌شود. همچنین واکنش‌پذیری اکسیژن از کربن بیشتر بوده و بر این اساس می‌توان گفت واکنش‌پذیری اکسیژن از سیلیسیم بیشتر است. شکل زیر واکنش‌پذیری عناصر دوره دوم را نمایش می‌دهد:

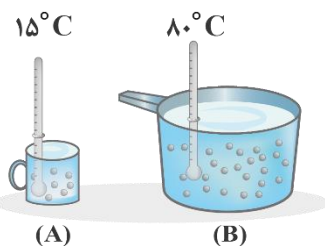


پ: در میان عناصر گروه چهاردهم جدول تناوبی، عنصر کربن (C)، نافلز، دو عنصر سیلیسیم (Si) و ژرمانیم (Ge) شبه‌فلز و سه عنصر قلع (Sn) و سرب (Pb) فلزیم (^{82}Pb) و فلزیم (^{114}FL) فلز هستند. عناصر فلزی و شبه‌فلزی، رسانای الکتریسیته و گرما هستند و هر دو در حالت جامد سطحی درخشان دارند. در مقابل اما نافلزها سطحی کدر داشته و نارسانا هستند. (به جز کربن که رسانایی الکتریکی دارد). همچنین نافلزها و شبه‌فلزها در اثر ضربه چکش خرد می‌شوند و توانایی ایجاد پیوند کووالانسی دارند. فلزها چکش‌خوار هستند و توانایی تبدیل شدن به سیم (مفتول) و ورقه را دارند. از دیگر تفاوت‌های این عناصر توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار است که میان فلزها و نافلزها مشترک است، اما شبه‌فلزها این ویژگی را ندارند. (کربن و گازهای نجیب از نافلزها توانایی تشکیل یون را ندارند).

فسفر نیز یک نافلز است. یکی از آلوتروپ‌های این عنصر فسفر سفید است که برای جلوگیری از سوختن آن، در آزمایشگاه زیر آب نگهداری می‌شود. آلوتروپ دیگر فسفر، فسفر قرمز است که نیازی به نگهداری آن در شرایط خاص نیست.

ت: از عناصر هالوژن برای ساخت چراغ ماشین‌ها استفاده می‌شود. در جدول تناوبی عناصر در یک دوره از چپ به راست (بدون در نظر گرفتن گازهای نجیب)، واکنش‌پذیری عناصر نافلزی افزایش می‌یابد. پس در هر دوره بیشترین واکنش‌پذیری میان عناصر نافلزی، متعلق به هالوژن‌ها خواهد بود. همچنین در یک گروه از جدول تناوبی با حرکت از پایین به بالا، واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد؛ پس واکنش‌پذیرترین نافلز، فلوئور است.

گروه آموزشی ماز



۶۷- با توجه به شکل مقابل کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) گرمای ویژه آب موجود در دو ظرف A و B به طور دقیق با هم برابر است.
- (۲) با توجه به تفاوت در جرم، انرژی گرمایی این دو آب را نمی‌توان با یکدیگر مقایسه کرد.
- (۳) میانگین تندی مولکول‌ها در ۴۰ گرم از آب ظرف A بیشتر از ۱۰ گرم از آب ظرف B است.
- (۴) اگر این دو آب را در کنار هم قرار دهیم، تفاوت مجموع انرژی جنبشی ذرات آن‌ها کم می‌شود.

پاسخ تشریحی:

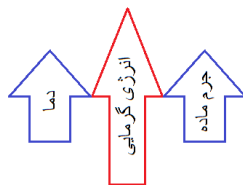
اگر این دو ظرف را در کنار هم قرار دهیم، گرما از جسمی با دمای بیشتر به جسمی با دمای کمتر منتقل می‌شود که موجب کاهش دمای ظرف B و افزایش دمای ظرف A می‌شود. پیش از انجام این فرایند، انرژی گرمایی آب موجود در ظرف B بیشتر از ظرف A است. با انجام این فرایند، انرژی گرمایی آب ظرف A افزایش و انرژی گرمایی آب ظرف B کاهش می‌یابد. پس تفاوت انرژی جنبشی ذرات موجود در دو ظرف، کم می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ ظرفیت گرمایی (C) یک ماده، مقدار گرمایی است که در دما و فشار مشخص به آن ماده داده می‌شود تا دمای آن به اندازه ۱°C بالا رود، همچنین ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه (c) یک ماده، مقدار گرمایی است که به یک گرم از ماده در دما و فشار مشخص داده می‌شود، تا دمای آن ۱°C افزایش یابد. پس گرمای ویژه، به نوع، فشار و دمای ماده بستگی داشته اما به جرم بستگی ندارد. ظرفیت گرمایی به هر چهار پارامتر یادشده وابسته است.

شاخص دمایی	واحد	وابستگی به نوع ماده	وابستگی به جرم ماده	وابستگی به دما و فشار
گرمای ویژه	$J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$	دارد	ندارد	دارد
ظرفیت گرمایی	$J \cdot K^{-1}$	دارد	دارد	دارد

۲ انرژی گرمایی معادل مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده است. این انرژی علاوه بر دما، به جرم ماده بستگی دارد. هر چه دما و جرم ماده بیشتر باشد، انرژی گرمایی آن ماده بیشتر است. در مقایسه دو آب، هم جرم و هم دمای آب در ظرف B بیشتر از ظرف A بوده و بر همین اساس می‌توان گفت انرژی گرمایی آب موجود در ظرف B بیشتر است.



۳ دمای یک ماده، معیاری برای توصیف میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن ماده است و هر چه دمای یک ماده بیشتر باشد این دو میانگین نیز بیشتر خواهد بود. پس میانگین تندی مولکول‌های آب ظرف B بیشتر است و این مقایسه ارتباطی با جرم آب نخواهد داشت.

گروه آموزشی ماز

۶۸- اگر ۱۰۰ گرم از آلکینی به تقریب با ۱۹۰ گرم بخار برم واکنش دهد، چه تعداد پیوند C - C در ساختار این آلکن دیده می‌شود؟
($H = 1, C = 12, Br = 80 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۷ (۴)

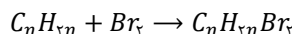
۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ تشریحی:

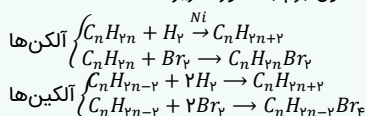
واکنش آلکن‌ها با برم به صورت زیر انجام می‌شود:



از این واکنش برای تشخیص آلکن‌ها از سیکلوآلکان‌ها که فرمول شیمیایی مشابه دارند، استفاده می‌شود؛ به گونه‌ای که سیکلوآلکان‌های سیرشده با بخار برم واکنش نمی‌دهند اما آلکن‌ها در این واکنش شرکت می‌کنند.

تشخیص سیرنشده بودن هیدروکربن:

هیدروکربن‌های سیرشده، مانند آلکان‌ها و سیکلوآلکان‌ها، با محلول برم، آب و گاز هیدروژن واکنش نمی‌دهند، اما آلکن‌ها و آلکین‌ها، به دلیل این که سیرنشده هستند می‌توانند با این مواد واکنش داده و به ترکیبی سیرشده تبدیل شوند. واکنش کلی آلکن‌ها و آلکین‌ها را با گاز هیدروژن و محلول برم به صورت زیر است:



ابتدا جرم آلکینی را که با ۱۹۰ گرم بخار برم واکنش می‌دهد، حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g } C_nH_{2n} = 190 \text{ g } Br_2 \times \frac{1 \text{ mol } Br_2}{160 \text{ g } Br_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_nH_{2n}}{1 \text{ mol } Br_2} \times \frac{14n \text{ g } C_nH_{2n}}{1 \text{ mol } C_nH_{2n}} = 100 \text{ g} \Rightarrow \frac{19 \times 14n}{16} = 100$$

$$\Rightarrow n = \frac{800}{19 \times 7} = 6$$

جدول زیر، تعداد پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها، آلکین‌ها و به طور کلی هیدروکربن‌ها را نشان می‌دهد.

هیدروکربن	پیوند $C - C$	پیوند میان اتم‌های کربن	پیوند $C - H$	کل پیوندها
آلکان	$n - 1$	$n - 1$	$2n + 2$	$3n + 1$
آلکین	$n - 2$	n	$2n$	$3n$
آلکین	$n - 2$	$n + 1$	$2n - 2$	$3n - 1$
سیکلوآلکان	n	n	$2n$	$3n$
$C_n H_m$	-	$2n - \frac{m}{2}$	m	$2n + \frac{m}{2}$

پس آلکن مورد نظر ۶ کربنه بوده و در ساختار آن ۴ پیوند $C - C$ ، یک پیوند $C = C$ و ۱۲ پیوند $C - H$ وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۹- با توجه به واکنش‌های زیر، چند مورد از مقایسه‌های انجام شده نادرست است؟

I) اکسید فلز $X + Y$ → اکسید فلز $Y + X$

II) اکسید فلز $Z + Y$ → اکسید فلز $Y + Z$

III) به طور طبیعی انجام نمی‌شود → اکسید فلز $Z + X$

ب: دشواری شرایط نگهداری: فلز $X > Z$

ت: پایداری: فلز $Y > Z$

الف: واکنش‌پذیری: اکسید $Y > Z$

پ: شدت واکنش با نافلزها: فلز $X > Y$

ث: گرمای تولیدشده در واکنش: واکنش II > واکنش I

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)



از سه واکنش مطرح شده داریم:

I) واکنش‌پذیری: $X > Y \Rightarrow$ اکسید فلز $Y + X \rightarrow$ اکسید فلز $X + Y$

II) واکنش‌پذیری: $Z > Y \Rightarrow$ اکسید فلز $Y + Z \rightarrow$ اکسید فلز $Z + Y$

III) واکنش‌پذیری: $X > Z \Rightarrow$ به طور طبیعی انجام نمی‌شود → اکسید فلز $Z + X$

پس واکنش‌پذیری این سه فلز به صورت $X > Z > Y$ است.

مقایسه‌های (الف)، (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند.

الف: در واکنش‌هایی که به طور طبیعی انجام می‌شوند، واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر از فراورده‌ها است. مطابق واکنش دوم اکسید فلز Y واکنش‌پذیرتر از اکسید فلز Z خواهد بود.

ب: هر چه واکنش‌پذیری یک فلز بیشتر باشد، تمایل بیشتری به واکنش‌دادن دارد و تامین شرایط نگهداری (واکنش‌ندادن) آن دشواری‌تر است. پس مقایسه دشواری شرایط نگهداری آن‌ها مطابق واکنش‌پذیری است.

پ: هر چه واکنش‌پذیری یک فلز بیشتر باشد، شدت واکنش آن فلز با نافلزها بیشتر است.

ت: پایداری یک ماده به معنای واکنش‌ندادن آن ماده است. پس هر چه واکنش‌پذیری یک فلز کمتر باشد، پایدارتر است. پس پایداری فلز Z کمتر از فلز Y خواهد بود.

ث: هر چه واکنش‌پذیری یک عنصر بیشتر باشد، واکنش‌های آن عنصر شدیدتر و با آزاد کردن گرمای بیشتر است. پس با توجه به واکنش‌پذیری بیشتر فلز X نسبت به فلز Z ، واکنش اول نسبت به واکنش دوم گرمای بیشتری آزاد خواهد کرد. (اکسید فلز Y در هر دو واکنش به عنوان واکنش‌دهنده مشترک حضور دارد.)

تولید نور، آزادسازی گرما، تشکیل رسوب و خروج گاز نشانه‌هایی از تغییر شیمیایی هستند. هرچه شدت نور، مقدار گرمای تولیدشده یا آهنگ خروج گاز آزادشده بیشتر باشد، واکنش شیمیایی سریع‌تر و شدیدتر بوده و واکنش‌دهنده‌ها واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

گروه آموزشی ماز

۷۰- گلوله ۴۰ گرمی از آلیاژ برنز (مخلوطی از دو فلز مس و قلع) با دمای 70°C به درون ۱۵۰ میلی لیتر آب با دمای 24°C می اندازیم. اگر دمای آب پس از تعادل به 25°C برسد، درصد جرمی مس در این آلیاژ به تقریب چقدر است؟

$$(c_{\text{قلع}} = 0.125, c_{\text{مس}} = 0.4, c_{\text{آب}} = 4.2: J. ^{\circ}\text{C}^{-1}. g^{-1})$$

۹۱ (۴)

۷۳ (۳)

۸۲ (۲)

۶۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)



در تماس دو جسم غیر هم دما، گرما از جسمی با دمای بیشتر به جسمی با دمای کمتر منتقل شده و تا برابر شدن دمای دو جسم ادامه می یابد. در این حالت گرمایی که از جسم داغ گرفته می شود با گرمایی که به جسم سرد می رسد، برابر است.

تعادل گرمایی:

هنگامی که دو جسم غیر هم دما را در تماس با یکدیگر قرار می دهیم، گرما از جسم گرم به جسم سرد منتقل می شود تا دمای دو جسم یکسان شود. (پس هدف هم دما شدن دو جسم است.) با توجه به قانون پایستگی انرژی، گرمایی که جسم گرم از دست می دهد با گرمایی که جسم سرد دریافت می کند برابر است. از این رو، مقدار این دو انرژی با هم برابر است، اما به علت آن که جسم گرم، گرما از دست داده، علامت گرما و تغییرات دما منفی و چون جسم سرد گرما را دریافت کرده است، علامت گرما و تغییرات دما مثبت می باشد؛ بنابراین می توان گفت قدر مطلق های این دو گرما با یکدیگر برابر هستند، پس داریم:

$$|Q_{\text{جسم گرم}}| = |Q_{\text{جسم سرد}}| \Rightarrow |m_{\text{جسم گرم}} c_{\text{جسم گرم}} \Delta\theta| = |m_{\text{جسم سرد}} c_{\text{جسم سرد}} \Delta\theta|$$

پس گرمای گرفته شده آب را که برابر گرمای از دست داده آلیاژ هست، حساب می کنیم:

$$|Q_{\text{جسم سرد}}| = |Q_{\text{جسم گرم}}| \Rightarrow |m_{\text{جسم سرد}} c_{\text{جسم سرد}} \Delta\theta| = 150 \times 4.2 \times 1 = 630 J$$

اگر جرم مس را x گرم در نظر بگیریم، جرم قلع برابر $40 - x$ گرم خواهد بود. پس داریم:

تغییر دمای مخلوط:

اگر به مخلوطی از جنس های مختلف (مثل آلیاژها)، مقداری گرما داده شود تا دمای آن به اندازه $\Delta\theta$ افزایش یابد، در این حالت گرمای کل داده شده به مخلوط ($Q_{\text{کل}}$)، با مجموع گرمای گرفته شده توسط جزء های تشکیل دهنده مخلوط برابر است. فرمول زیر این موضوع را نشان می دهد:

$$Q_{\text{کل}} = Q_{\text{جزء اول}} + Q_{\text{جزء دوم}} + \dots = (m_{\text{جزء اول}} c_{\text{جزء اول}} + m_{\text{جزء دوم}} c_{\text{جزء دوم}} + \dots) \Delta\theta$$

$$Q_{\text{کل}} = (m_{\text{جزء اول}} c_{\text{جزء اول}} + m_{\text{جزء دوم}} c_{\text{جزء دوم}}) \Delta\theta \Rightarrow -630 J = (0.4x + (40 - x) \times 0.125) \times (25 - 70)$$

$$\Rightarrow 0.275x + 5 = 14 \Rightarrow x = \frac{9}{0.275} = 32.7 g$$

حال درصد جرمی مس را به دست می آوریم:

$$\text{درصد جرمی مس} = \frac{\text{جرم مس}}{\text{جرم کل}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{32.7}{40} \times 100 = 81.7\%$$

پس درصد جرمی مس در این آلیاژ به تقریب برابر ۸۲ درصد است.

گروه آموزشی ماز

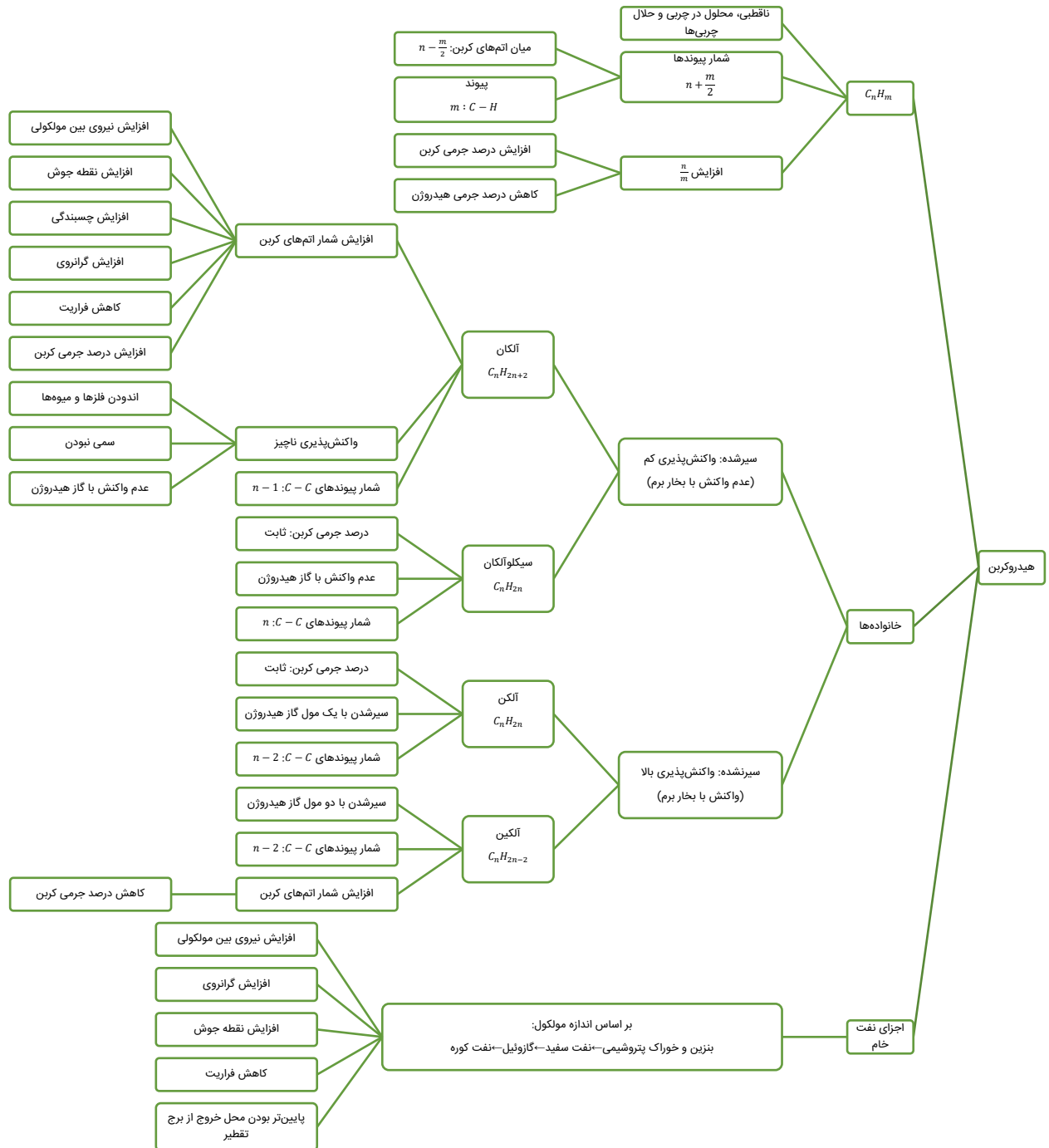
بریم سراغ یک جمع بندی کوتاه از فصل ۱۱

توضیح	فلز	شبه فلز	نافلز
چکش خواری	+	-	-
رسانایی الکتریکی	+	ضعیف	-
رسانایی گرما	+	+	-
توانایی تشکیل یون تک اتمی	+	-	+
توانایی تشکیل پیوند کووالانسی	-	+	+

افزایش فلزی
کاهش خاصیت نافلزی
افزایش شعاع اتمی
افزایش واکنش پذیری

۳ Li لیتیم ۶.۹۴	۴ Be بریم ۹.۰۱	۵ B بور ۱۰.۸۰	۶ C کربن ۱۲.۰۱	۷ N نیتروژن ۱۴.۰۱	۸ O اکسیژن ۱۶.۰۰	۹ F فلوئور ۱۹.۰۰
۱۱ Na سدیم ۲۲.۹۹	۱۲ Mg منیزیم ۲۴.۳۱	۱۳ Al آلومینیم ۲۶.۹۸	۱۴ Si سیلیسیم ۲۸.۰۹	۱۵ P فسفر ۳۰.۹۷	۱۶ S گوگرد ۳۲.۰۷	۱۷ Cl کلر ۳۵.۴۵

افزایش خاصیت نافلزی
کاهش خاصیت فلزی
کاهش شعاع اتمی
افزایش واکنش پذیری



دسترسی رایگان به آرشیو آزمون های ماز در سال تحصیلی گذشته

همه دانش آموزان مازی که در سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳
در آزمون ماز شرکت می کنند

برای دسترسی به آرشیو کامل سوالات و پاسخنامه آزمون های
ماز در سال گذشته، تنها کافیست سه مرحله زیر را سیری کنید

✓ اپلیکیشن دیجی ماز را از سایت دیجی ماز (digimaze.org)
دانلود کنید.

✓ با شماره تماسی که در سایت ماز حساب کاربری ایجاد کرده اید
در اپلیکیشن دیجی ماز وارد شوید. (نیاز به ثبت نام نیست)

✓ در بخش (کتاب های من) فایل آرشیو آزمون ها را دانلود و استفاده کنید.

دانلود نسخه اندروید اپلیکیشن دیجی ماز



دانلود نسخه iOS اپلیکیشن دیجی ماز



دانلود نسخه دسکتاپ اپلیکیشن دیجی ماز



<https://B2n.ir/k43352>

تذکر

برای دانش آموزانی که از این به بعد در آزمون ماز (یا هر محصول ماز که شامل آزمون ماز
هست) ثبت نام کنند، حداکثر **ظرف مدت ۵ روز** این آرشیو در اپلیکیشن دیجی

ماز فعال می شود.



AzmonVIP