

آزمون آزمایشی ۲۹ دی ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۱

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

توجه بسیار مهم:

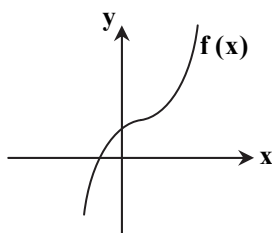
داوطلب گرامی، در صورتی که روی جلد دفترچه سؤال شما کد B درج شده است، در شماره ردیف ۳۰۰ پاسخ برگ خود، گزینه ۴ را کاملاً پر نمایید.



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

۱- نمودار تابع درجه سوم f به شکل روبه‌رو است. ضابطه $f(x)$ برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(۱) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 3$

(۲) $f(x) = -(x+1)^3 + 2$

(۳) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$

(۴) $f(x) = -(x-1)^3 + 2$

۲- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - f(x)) = 3$ و $f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{2x^2 - 1}$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۱۰

(۲) ۲

(۱) ۱۰

۳- نمودار تابع $f(x) = x^2 - x + 4$ را سه واحد در راستای افقی به سمت راست و دو واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می‌دهیم و در نهایت طول نقاط منحنی حاصل را نصف می‌کنیم. نمودار نهایی، نیمساز ناحیه اول را در نقاطی با کدام طول قطع می‌کند؟

(۴) ۱ یا $\frac{3}{4}$

(۳) ۱ یا $\frac{7}{4}$

(۲) ۲ یا $\frac{3}{4}$

(۱) ۲ یا $\frac{7}{4}$

۴- تابع f به ضابطه $f(x) = \frac{x|x| - 4}{x^2 + 3x - 10}$ ، به ترتیب چند مجانب قائم و چند مجانب افقی دارد؟

(۴) ۲, ۲

(۳) ۲, ۱

(۲) ۱, ۲

(۱) ۱, ۱

۵- در کدام تابع مثلثاتی زیر، مقدار دوره تناوب برابر نصف مقدار ماکزیمم و دو برابر مقدار مینیمم تابع است؟

(۴) $y = 5 - 3\sin(\frac{\pi}{3}x)$

(۳) $y = 5 + 3\cos(\pi x)$

(۲) $y = 3 - 5\cos(\pi x)$

(۱) $y = 3 + 5\sin(\frac{\pi}{3}x)$

۶- اگر $g(x)$ و $R(x)$ به ترتیب برابر خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $11 - x + 3x^2 - 4x^5 + x^7 = f(x)$ بر $x^2 - 4$ باشند. باقی‌مانده تقسیم $g(x)$ بر $R(x)$ کدام است؟

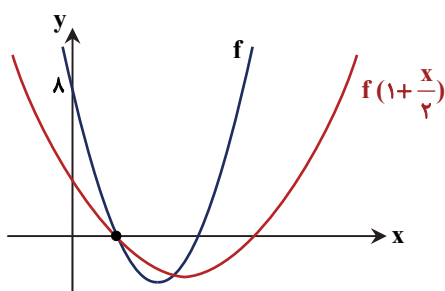
(۴) ۴

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) -۴

۷- در شکل روبه‌رو نمودار توابع $f(x) = x^2 - mx + n$ و $y = f(1 + \frac{x}{3})$ رسم شده است. حاصل mn کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۳۶

(۳) ۴۸

(۴) ۳۲

محل انجام محاسبات

۸- تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{1}{\tan x + \cot 2x}$ ، روی بازه $(0, a)$ اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار a کدام است؟

$\frac{\pi}{6}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

$\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{\pi}{8}$ (۱)

۹- تابع $y = \tan\left(\frac{\pi x}{3}\right)$ با دامنه $(-6, 10)$ چند مجانب قائم دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۰- تابع $y = f(x)$ در دامنه خود اکیداً صعودی و $ab < 0$ است. کدام تابع زیر در دامنه خود اکیداً نزولی است؟

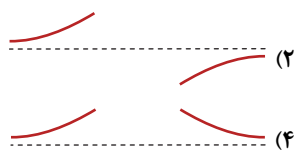
$abf(x)$ (۴)

$af(-bx)$ (۳)

$-af(bx)$ (۲)

$abf(-x)$ (۱)

۱۱- نمودار تابع $y = \frac{4x^2 - 10x + 1}{6x^2 - 15x + 4}$ در اطراف مجانب افقی خود به چه صورت است؟



۱۲- اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2x - 5}{ax^2 + bx + 4a} = -\infty$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

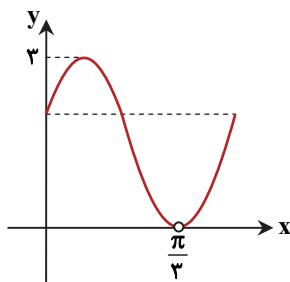
-10 (۴)

10 (۳)

-6 (۲)

6 (۱)

۱۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{a}{1 + \tan^2(bx - \frac{\pi}{6})}$ ، در یک دوره تناوب به صورت روبه‌رو است. حاصل $f(\frac{5\pi}{3})$ کدام است؟ ($b > 0$)



$\frac{5}{4}$ (۱)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{9}{4}$ (۳)

$\frac{7}{4}$ (۴)

۱۴- توابع خطی $f(x) = 2x + m$ و $g(x) = nx + 2$ مفروض‌اند. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)} = 6$ و $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{g(x)}{f^{-1}(x)} = -\infty$ باشد، مقدار $(g \circ f)(2)$ کدام است؟

۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

۱۹ (۲)

۲۳ (۱)

محل انجام محاسبات

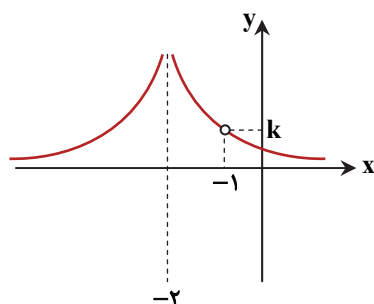
۱۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{1-x}{x^2+mx+4}$ ، فقط دو مجانب دارد. نمودار f در مجاورت مجانب قائم خود کدام نمی‌تواند باشد؟



۱۶- معادله $\cos(x - \frac{\pi}{3}) + \sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{x+a}{x^3+bx^2+cx+4}$ به صورت روبه‌رو باشد، مقدار $\frac{c+b}{a} + k$ کدام است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۵

(۳) ۱۴

(۴) ۱۳

۱۸- اگر α و β جواب‌های معادله مثلثاتی $\frac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x} = \frac{1}{4}$ در بازه $(0, \pi)$ باشند، حاصل $\tan(\alpha - \beta)$ کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{3}{2}$ (۲) $\pm \frac{2}{3}$ (۳) $\pm \frac{3}{4}$ (۴) $\pm \frac{4}{3}$

هندسه

هندسه ۳: کل فصل ۱ و فصل ۲ درس‌های ۱ و ۲

۱۹- اگر $A - 2I = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ و $A + B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

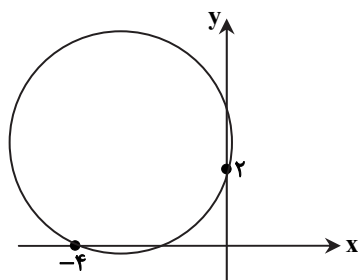
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۲

۲۰- به ازای کدام مقدار k معادله $\begin{vmatrix} x & 2 & k \\ 0 & x+1 & 0 \\ x+2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

- (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) -۱

محل انجام محاسبات

۲۱- اگر مرکز دایره زیر روی نیمساز ناحیه دوم دستگاه مختصات باشد، شعاع آن کدام است؟



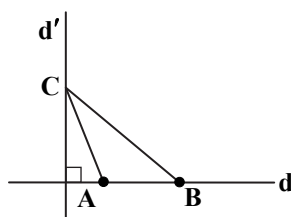
(۱) ۳

(۲) $\sqrt{10}$

(۳) ۵

(۴) $\sqrt{7}$

۲۲- در شکل روبه‌رو d و d' دو خط عمود بر هم هستند، A و B دو نقطه ثابت روی d و نقطه C نقطه‌ای متحرک روی d' است. مکان هندسی مرکز دایره محیطی مثلث ABC کدام است؟

(۱) خطی موازی d' (۲) نیمساز زاویه بین d و d' (۳) خطی موازی d (۴) دایره‌ای به مرکز وسط AB

۲۳- وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 - 4y = 12$ و $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 10$ نسبت به هم کدام است؟

(۱) متداخل

(۲) مماس داخل

(۳) متقاطع

(۴) مماس بیرون

۲۴- دایره‌ای از دو نقطه $A(3, 0)$ و $B(0, 2)$ می‌گذرد و بر محور x مماس است. بالاترین نقطه در این دایره دارای چه عرضی می‌باشد؟

(۱) $4/5$

(۲) ۶

(۳) $6/5$

(۴) ۴

۲۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ، در ماتریس A^3 مجموع درایه‌های سطر اول کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۲۷

(۳) ۹

(۴) ۳۶

۲۶- اگر $A^{-1} + B^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ باشد، حاصل $A + B$ کدام گزینه خواهد بود؟

(۱) I (۲) AB (۳) BA (۴) $\bar{O}$

۲۷- از نقطه $M(-1, 4)$ واقع بر دایره $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$ مماسی رسم کرده‌ایم. این خط مماس با دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ چه وضعیتی دارد؟

(۱) متقاطع

(۲) مماس

(۳) متخارج

(۴) قابل تشخیص نیست.

۲۸- دایره‌ای که از سه نقطه $A(3, 0)$ ، $B(0, -3)$ و $C(-1, 0)$ می‌گذرد، محور عرض‌ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

(۱) $(0, 2)$ (۲) $(0, \frac{3}{2})$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $(0, \frac{5}{2})$

محل انجام محاسبات

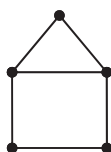
۲۹- تمام خطوط گذرنده از نقطه $A(2, 4)$ را در نظر می‌گیریم و از مبدأ مختصات عمود OH را بر این خطوط رسم می‌کنیم. مکان هندسی نقطه H دارای کدام معادله است؟

(۱) $x^2 + y^2 = 10$ (۲) $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ (۳) $x^2 + y^2 - 2x = 0$ (۴) $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 0$

ریاضیات گسسته

ریاضیات گسسته: کل فصل ۱ و فصل ۲ درس ۱

۳۰- با توجه به گراف شکل روبه‌رو، ریشه‌های معادله $x^2 - px + q = 0$ کدام است؟ (p ، مرتبه و q ، اندازه گراف است.)



(۱) $\delta - 1$ و Δ

(۲) $\delta + 1$ و Δ

(۳) δ و Δ

(۴) $\delta - 1$ و $\Delta - 1$

۳۱- معادله سیاله خطی $32x + 12y = 3n + 1$ به‌ازای کدام مقدار n جواب دارد؟

(۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۳۲- در گراف P_1 ، مجموع تعداد مسیرهای به‌طول ۱ و ۵ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۳۳- به‌ازای چند عدد دورقمی طبیعی b ، در تقسیم 637 بر b ، خارج‌قسمت برابر ۱۰ است؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۴

۳۴- چند نقطه با مختصات طبیعی روی منحنی به معادله $xy + 2 = x^2 - 5y$ قرار دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۳۵- باقی‌مانده تقسیم 4500 بر ۴۴ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۳۶- در یک گراف r -منتظم از مرتبه ۶ و اندازه ۹، دور به طول ۳ وجود ندارد. تعداد دورهای به‌طول ۴ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۷- در گراف G از مرتبه ۱۰، دو رأس از درجه ۴ و $\delta = 0$ است. حداکثر اندازه گراف کدام است؟

(۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۳۸- گراف G_1 گرافی ۷-منتظم و گراف G_2 گرافی کامل است. اگر با افزودن ۱۰ یال به گراف G_1 ، گراف G_2 حاصل شود، مقدار

$$\left| N_{G_2}(v_1) \right| - \left| N_{G_1}[v_1] \right|$$

کدام است؟ (v_1 یکی از رئوس گراف است.)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۹- به‌ازای چند مقدار طبیعی $n < 20$ ، عبارت $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ زوج است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۴۰- در گراف ساده G از مرتبه ۶ داریم $\delta + \Delta = 6$ ، حداقل اندازه گراف $\bar{G}$ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات



همراه آزمون های گزینه دو، بانک سوال رایگان هم بگیر!

- بیش از ۱۱۰ هزار سؤال اختصاصی با پاسخ تشریحی (معادل ۵۰ کتاب تست قطور)
- امکان ساخت و برگزاری آزمون توسط دانش آموز و مدرسه
- تمرین شخصی، با سؤالات غلط و نزده پس از هر آزمون (رفع اشکال هوشمند)

ویژگی ها

- کارنامه و گزارش های تحلیلی
- پشتیبانی از انواع تکنیک های تست زنی (رد گزینه، ضربدرمنها و ...)
- دسترسی های متنوع به سؤالات (جابه جایی راحت بین دروس، مشاهده سؤالات در یک نگاه و ...)

نحوه فعال سازی

- ثبت نام در آزمون های ادواری و کسب امتیاز بر اساس تعداد آزمون
- مراجعه به مارکت گزینه دو Market.gozine2.ir (با نام کاربری آزمونی)
- فعال سازی بانک سؤال ماهانه یا خدمات طلایی با امتیازات کسب شده



جهت کسب اطلاعات بیشتر
کد بالا را اسکن نمایید

کلاس مشاوره

با حضور مشاوران با تجربه

بعد از آزمون سریع بیا سر کلاس

بعد از آزمون قراره کلی نکته مشاوره ای یاد بگیری

- تا روند تحصیلت صعودی باشه
- تا به مرحله بعدی بهتر فکر کنی
- تا روز به روز برای رسیدن به هدفت با انگیزه بیشتر تلاش کنی
- تا با نکات فنی که توسط مشاور ارائه می شود دقیق تر در مسیر خودت حرکت کنی

ما در مؤسسه گزینه دو در کنار سنجش و ارزشیابی با کلاس مشاوره کنار شما هستیم.

- ارایه نکات و توصیه های مشاوره ای برای آزمون مرحله بعد
- حضور نفرات برتر کنکور و بیان تجربه ها
- بررسی مسائل مشاوره ای مربوط به داوطلبان

تا آخرش باهاتم...

بعد از اعلام نتایج هر آزمون
(حدوداً ساعت ۱۹) سریع بیا سر کلاس



گزینه دو، راهی نو



گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

کد کنترل

B

آزمون آزمایشی ۲۹ دی ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی ۲

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مواد امتحانی	تعداد پرسش	از شماره	تا شماره	وقت پیشنهادی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه
تعداد کل پرسشها: ۶۵		مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه		

توجه بسیار مهم:

داوطلب گرامی، در صورتی که روی جلد دفترچه سؤال شما کد B درج شده است، در شماره ردیف ۳۰۰ پاسخ برگ خود، گزینه ۴ را کاملاً پر نمایید.



همچنین، شما می توانید با اسکن تصویر روبه رو به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، پاسخ تشریحی آزمون را مشاهده نمایید.

داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، آزمونک ها، پیش آزمون های آنلاین، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس gozine2.ir شوید. در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

مرحله ۶

دفترچه شماره ۲

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

۴۱- معادله سرعت- زمان جسمی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 3t^2 + 6t$ است. چه تعداد از عبارات‌های زیر، در مورد آن الزاماً درست است؟

(الف) حرکت جسم ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

(ب) حرکت جسم همواره تندشونده است.

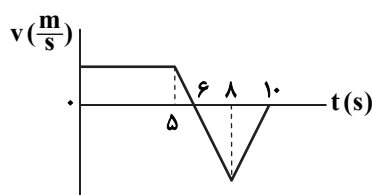
(پ) بزرگی شتاب متوسط جسم در بازه زمانی $2s \leq t < 4s$ برابر با ۲۴ متر بر مربع ثانیه است.

(ت) بزرگی سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $0 \leq t < 2s$ برابر با ۱۲ متر بر ثانیه است.

(ث) جسم یک بار از مبدأ مکان می‌گذرد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۲- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا ۱۰s، چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن در این مدت است؟



۱) $\frac{15}{7}$

۲) $\frac{11}{8}$

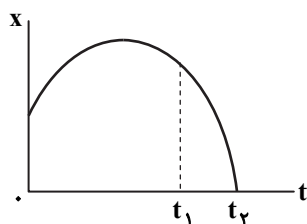
۳) $\frac{19}{3}$

۴) $\frac{7}{2}$

۴۳- متحرک A با تندی ثابت ۲۰ متر بر ثانیه که در جهت محور x حرکت می‌کند، در لحظه $t = 0$ از ۲۰۰ متری جلوی مبدأ مختصات می‌گذرد. در لحظه $t = 15s$ ، متحرک B که با تندی ثابت ۱۲ متر بر ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، از ۴۰۰ متری جلوی مبدأ می‌گذرد. در لحظه $t = 20s$ فاصله دو متحرک از هم چند متر است؟

۱) ۲۶۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۴۰

۴۴- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به صورت سهمی و مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $0 \leq t < t_1$ بزرگی شتاب متوسط آن در بازه زمانی $t_1 \leq t < t_2$ بوده و تندی متوسط متحرک در بازه زمانی $0 \leq t < t_2$ بزرگی سرعت متوسط آن در این بازه است.



(۱) کمتر از - بیشتر از

(۲) برابر با - بیشتر از

(۳) بیشتر از - کمتر از

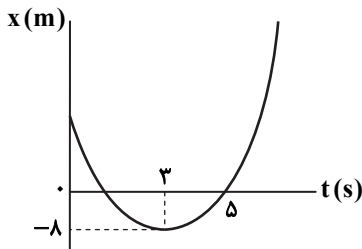
(۴) برابر با - کمتر از

۴۵- اتومبیلی که با سرعت v در حال حرکت است، ترمز کرده و سرعت آن با شتاب ثابت کاهش یافته و متوقف می‌شود. در بازه زمانی که حرکت اتومبیل شتابدار است، سرعت متوسط اتومبیل در $\frac{2}{3}$ آخر مسیر، برابر با $10 \frac{m}{s}$ است. بزرگی سرعت v چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲۰ (۲) $\frac{20}{3}$ (۳) $10\sqrt{6}$ (۴) $10\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۴۶- نمودار مکان- زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت جسم در لحظه $t = 8\text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟



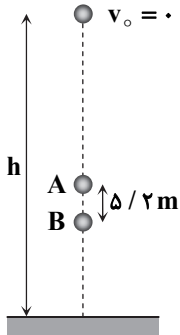
(۱) ۲۰

(۲) ۱۶

(۳) ۱۲

(۴) ۳۲

۴۷- مطابق شکل، گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود. سرعت متوسط گلوله در فاصله AB ، ۲۶ متر بر ثانیه است و گلوله در مدت $0/3$ ثانیه از نقطه B به زمین می‌رسد. h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۳۶/۲۵

(۲) ۳۱/۲۵

(۳) ۲۵

(۴) ۴۵

۴۸- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاعی معین رها می‌شود. پس از $0/6$ ثانیه، گلوله دوم از $4/5$ متر پایین‌تر از محل رهایی گلوله اول رها می‌شود. چند ثانیه بعد از رهایی گلوله دوم، دو گلوله به هم می‌رسند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) ۰/۵۶

(۳) ۱/۰۵

(۲) ۰/۱۵

(۱) ۰/۴۵

۴۹- گلوله A در راستای قائم و در شرایط خلأ رها می‌شود. چه تعداد از گزاره‌های داده‌شده درست است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(الف) شتاب گلوله در لحظه شروع به سقوط، صفر است.

(ب) مسافت طی‌شده توسط گلوله در ۲ ثانیه سوم، ۱۰۰ متر است.

(پ) بزرگی تغییر سرعت گلوله در ۲ ثانیه دوم، دو برابر بزرگی تغییر سرعت آن در ۲ ثانیه اول است.

(ت) از لحظه شروع تا $t = 5/2\text{ s}$ ، تندی متوسط گلوله $26/4$ متر بر ثانیه است.

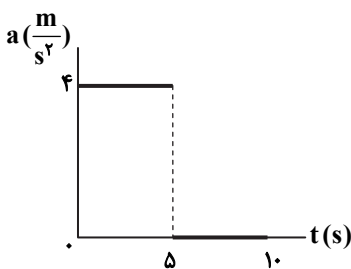
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۵۰- نمودار شتاب- زمان متحرکی روی خط راست که در مبدأ زمان با سرعت $v_0 = -5 \frac{m}{s}$ از مکان $x = -25\text{ m}$ عبور می‌کند، مطابق شکل است. در بازه زمانی صفر تا 10 s ، بیشترین اندازه سرعت و بیشترین فاصله متحرک از مبدأ مکان در SI، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



(۱) ۱۵ و ۱۰۰

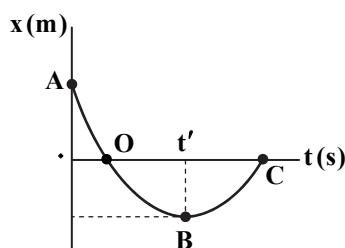
(۲) ۲۵ و ۱۰۰

(۳) ۱۵ و ۷۵

(۴) ۲۵ و ۷۵

محل انجام محاسبات

۵۱- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل است. چه تعداد از عبارت های زیر در مورد آن درست است؟



الف) بردار جابه جایی متحرک از لحظه $t = 0$ تا لحظه توقف، با بردار مکان توقف زاویه 180° می سازد.

ب) بردار مکان اولیه متحرک با بردار مکان توقف آن زاویه 180° می سازد.

پ) بردار جابه جایی متحرک از لحظه $t = 0$ تا لحظه توقف، با بردار مکان اولیه زاویه صفر درجه می سازد.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۵۲- متحرک A از مبدأ مکان با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ از حال سکون روی محور افقی شروع به حرکت می کند. ۲ ثانیه بعد، متحرک B در خلاف

جهت حرکت متحرک A، از مکان $x = -20m$ با شتاب ثابت $5\frac{m}{s^2}$ و سرعت $20\frac{m}{s}$ عبور می کند. فاصله دو متحرک ۶ ثانیه بعد از توقف

متحرک B چند متر است؟

۸۶ (۱) ۱۱۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۹۶ (۴)

۵۳- چتربازی به جرم $60kg$ مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می کند. ناگهان بزرگی نیروی مقاومت هوا به $1140N$ افزایش می یابد. چه

تعداد از گزاره های زیر در مورد آن درست است؟ ($g = 10\frac{N}{kg}$)

الف) قبل از باز کردن چتر، بزرگی شتاب چترباز در حال افزایش است.

ب) قبل از باز کردن چتر، حرکت چترباز کندشونده است.

پ) بعد از باز کردن چتر، حرکت چترباز کندشونده است.

ت) بعد از باز کردن چتر، بزرگی نیروی مقاومت هوا تا رسیدن به تندی حدی، $540N$ کاهش می یابد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۴- جسمی به جرم 5 کیلوگرم توسط طنابی با جرم ناچیز از سقف آسانسور ساکن آویزان است. در لحظه $t_1 = 0$ آسانسور با شتاب ثابت a_1

روبه پایین شروع به حرکت می کند و در لحظه $t_2 = t$ حرکتش را با شتاب ثابت a_2 کند کرده و در لحظه $t_3 = 3t$ متوقف می شود. اگر

اختلاف بزرگی نیروی کشش طناب در دو بازه زمانی (t_1, t_2) و (t_2, t_3) برابر با 30 نیوتون باشد، بزرگی نیروی کشش طناب در مرحله

تندشونده چند نیوتون است؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$)

۴۰ (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۳۰ (۴)

۵۵- مطابق شکل روبه رو، جسم ساکن با جرم $m = 5kg$ توسط نیروی افقی F' روی

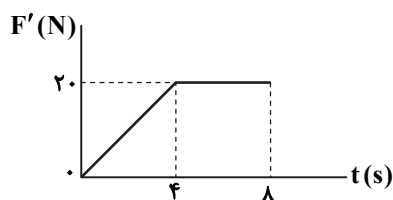
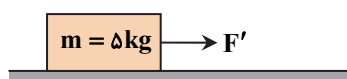
سطح افقی کشیده می شود و نمودار تغییرات نیروی F' بر حسب زمان مطابق شکل

است. تندی جسم در لحظه $t = 8s$ چند متر بر ثانیه است؟

($g = 10\frac{N}{kg}$ و $\mu_k = 0.15$ ، $\mu_s = 0.2$)

۲۴ (۱) ۱۳ (۲)

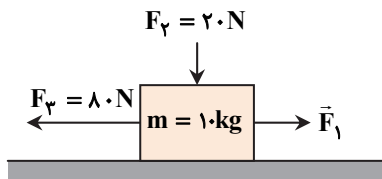
۲۲ (۳) ۱۶ (۴)



محل انجام محاسبات

۵۶- بر جعبه‌ای به جرم $m = 10 \text{ kg}$ ، نیروهای ثابت F_1 ، F_2 و F_3 مطابق شکل وارد می‌شوند. اگر جعبه روی سطح افقی در آستانه حرکت باشد،

کمترین مقدار نیروی $\vec{F}_1$ چند نیوتون است؟ ($\mu_s = \frac{1}{4}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) ۱۰

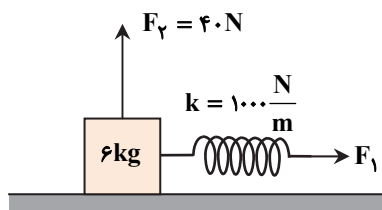
(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

۵۷- جعبه نشان داده شده با شتاب ثابت $\frac{2}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ روی سطح افقی در حال حرکت است. اگر بزرگی جابه‌جایی طول فنر نسبت به طول عادی آن

$2/7$ سانتی‌متر باشد، بزرگی نیروی سطح بر جعبه چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) $2\sqrt{29}$ (۲) $2\sqrt{24}$ (۳) $4\sqrt{31}$ (۴) $4\sqrt{34}$

۵۸- شعاع گردش ماهواره A به دور زمین، ۴ برابر شعاع گردش ماهواره B به دور زمین و دوره گردش ماهواره A، ۸ برابر دوره گردش ماهواره B است.

جرم ماهواره A چند برابر جرم ماهواره B باشد تا بزرگی تکانه ماهواره A دو برابر بزرگی تکانه ماهواره B شود؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

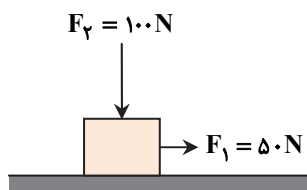
۵۹- در شکل زیر، دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ بر وزنه ۱۰ کیلوگرمی روی سطح افقی وارد می‌شود و وزنه ساکن است. کدام یک از جمله‌های زیر درست است؟

($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

الف) ضریب اصطکاک ایستایی بین وزنه و سطح افقی می‌تواند $\frac{2}{5}$ باشد.

ب) اگر بزرگی نیروی F_2 را افزایش دهیم، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر وزنه حتماً افزایش می‌یابد.

پ) اگر بزرگی نیروی F_1 را افزایش دهیم، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر وزنه حتماً افزایش می‌یابد.



(۱) «الف» و «ب»

(۲) «ب» و «پ»

(۳) «الف» و «پ»

(۴) «الف»

۶۰- اگر تکانه یک جسم در SI، $\vec{p} = 36\vec{i} + 48\vec{j}$ و انرژی جنبشی آن ۱۲۰ ژول باشد، جرم جسم چند کیلوگرم است؟

(۴) ۳۰

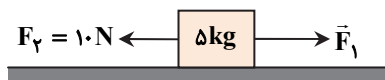
(۳) ۱۵

(۲) ۲۰

(۱) ۲۵

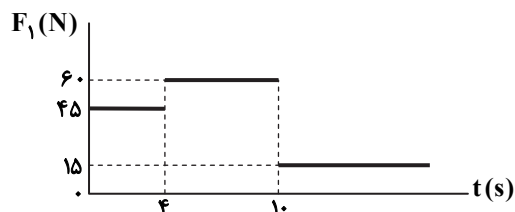
محل انجام محاسبات

۶۰- جسمی مطابق شکل «الف» از حال سکون و از لحظه $t = 0$ تحت تأثیر نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ قرار می‌گیرد. اگر بزرگی $\vec{F}_1$ مطابق نمودار شکل «ب» تغییر کند و اندازه $\vec{F}_2$ ثابت باشد، تندی جسم در لحظه $t = 12s$ چند متر بر ثانیه می‌شود؟ ($\mu_s = 0.8$ ، $\mu_k = 0.6$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



(الف)

(۱) ۱۸



(ب)

(۲) ۱۴

(۳) ۶

(۴) صفر

۶۱- جسمی به جرم ۶ کیلوگرم روی دایره‌ای به شعاع ۵ متر به صورت یکنواخت در هر دقیقه ۱۰ دور می‌گردد. بزرگی تغییر تکانه این جسم در مدتی که نیم‌دور می‌گردد، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

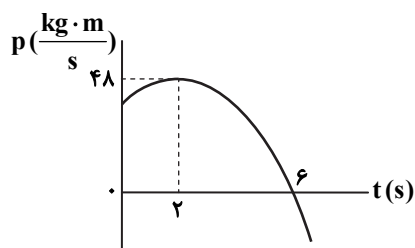
(۴) 15π

(۳) 30π

(۲) 20π

(۱) 25π

۶۲- سهمی شکل روبه‌رو، نمودار تکانه- زمان جسمی است که روی خط راست حرکت می‌کند. بزرگی نیروی متوسط وارد بر جسم در مدت $t = 0$ تا $t = 5s$ چند نیوتون است؟



(۱) $1/5$

(۲) ۶

(۳) ۳

(۴) ۴

۶۳- یک اتومبیل به جرم ۲ تن، پیچ افقی مسطحی به شعاع ۵۰ متر را طی می‌کند. بیشترین تندی ممکن که اتومبیل می‌تواند بدون لغزش از پیچ عبور کند، ۷۲ کیلومتر بر ساعت است. ضریب اصطکاک ایستایی بین چرخ‌ها و سطح جاده چقدر است و در صورتی که اتومبیل با تندی ۳۶

کیلومتر بر ساعت در پیچ حرکت کند، بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر چرخ‌ها چند نیوتون می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) 4000 و 0.4

(۳) 2000 و 0.4

(۲) 2000 و 0.8

(۱) 4000 و 0.8

۶۴- یک تلسکوپ فضایی در ارتفاع ۲۴۰۰ کیلومتری از سطح زمین به دور زمین می‌چرخد. اگر این تلسکوپ در مداری به ارتفاع ۱۶۰۰ کیلومتر از سطح زمین قرار بگیرد، بزرگی شتاب گرانشی آن چند درصد افزایش می‌یابد؟ ($R_e = 6400 km$: شعاع زمین)

(۴) ۲۴

(۳) ۲۱

(۲) ۱۱

(۱) ۹

۶۵- یک وزنه به جرم ۸ کیلوگرم توسط فنری به جرم ناچیز از سقف یک آسانسور آویخته شده است. هنگامی که آسانسور با شتاب روبه بالای

$3 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند، طول فنر ۶۸ cm می‌شود و هنگامی که آسانسور با شتاب روبه پایین $2 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند، طول فنر ۶۴ cm

می‌شود. هنگامی که آسانسور ایستاده و وزنه در حال تعادل باشد، طول فنر چند سانتی‌متر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۴) $64/9$

(۳) $66/8$

(۲) $65/6$

(۱) $66/2$

محل انجام محاسبات

۶۷- در یک حرکت هماهنگ ساده، در هر دقیقه ۶۰۰ مرتبه شتاب حرکت صفر می‌شود. اگر دو انتهای مسیر با هم ۴ سانتی‌متر فاصله داشته باشند، تندی نوسانگر در هنگام عبور از وضع تعادل چند متر بر ثانیه می‌شود؟

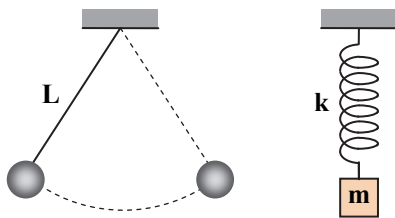
- (۱) $\frac{\pi}{10}$ (۲) $\frac{\pi}{5}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۶۸- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای بر روی پاره‌خطی به طول ۱۶ cm نوسان می‌کند. اگر کمترین زمان لازم برای آنکه نوسانگر برای اولین بار از مکان $x = +4 \text{ cm}$ به مکان $x = -4 \text{ cm}$ برود، $\frac{8}{3} \text{ s}$ کمتر از مدت زمانی باشد که نوسانگر فقط با یک تغییر جهت، از مکان $x = -4 \text{ cm}$ به مکان $x = +4 \text{ cm}$ می‌رود، بیشینه تندی نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) π (۴) 2π

۶۹- در یک حرکت هماهنگ ساده، اندازه شتاب متوسط نوسانگر در بازه زمانی دو عبور متوالی از مبدأ مکان، چند برابر اندازه بیشینه شتاب آن در این بازه زمانی است؟

- (۱) $\frac{1}{\pi}$ (۲) $\frac{2}{\pi}$ (۳) π (۴) 2π



۷۰- در شکل روبه‌رو، دو نوسان‌کننده هماهنگ ساده نشان داده شده

است. دوره تناوب نوسان‌کننده وزنه-فنر با جرم m و ثابت فنر k ، ۲ برابر دوره تناوب آونگ ساده با طول L است. اگر جرم متصل به فنر

را ۲۵ درصد کاهش دهیم، طول آونگ ساده را چند برابر کنیم تا

دوره تناوب دو نوسان‌کننده یکسان شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۱- شکل روبه‌رو، نمودار تغییرات انرژی پتانسیل بر حسب انرژی جنبشی

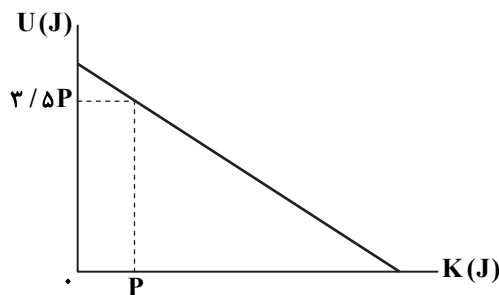
یک نوسانگر هماهنگ ساده وزنه-فنر است. اگر معادله مکان-زمان

وزنه در SI به صورت $x = 0.06 \cos 10\pi t$ و جرم وزنه ۵۰۰g باشد،

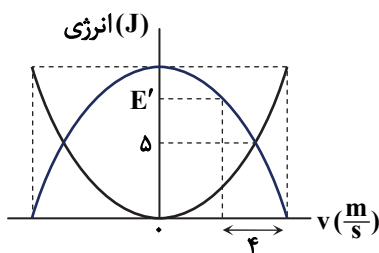
تندی وزنه هنگامی که انرژی جنبشی آن $2P$ است، چند متر بر ثانیه

می‌شود؟ (P یک عدد ثابت است.)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



۷۲- نمودار انرژی‌های پتانسیل و جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم ۲۰۰g بر حسب سرعت آن مطابق شکل زیر است. E' چند ژول است؟



- (۱) $5/4$ (۲) $6/1$ (۳) $6/4$ (۴) $7/5$

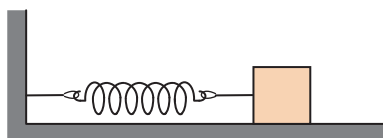
محل انجام محاسبات

۷۳- وزنه‌ای به جرم m به انتهای فنری با ثابت k و جرم ناچیز بسته شده و به صورت هماهنگ ساده نوسان می‌کند و معادله مکان-زمان آن در SI به صورت $x = 0.02 \cos(10\pi t)$ است. اگر جرم وزنه را ۸۰۰ گرم بیشتر کرده و از فنر با ثابت $9k$ استفاده کنیم، بسامد حرکت وزنه ۱۰ هرتز می‌شود. جرم m چند گرم بوده است؟

- (۱) ۱۲۰۰ (۲) ۸۰۰ (۳) ۳۲۰ (۴) ۶۴۰

۷۴- در شکل روبه‌رو، جرم فنر و کلیه اصطکاک‌ها ناچیز هستند و بیشترین و کمترین طول فنر در حین نوسان وزنه ۴۰۰ گرمی متصل به آن روی سطح افقی، برابر ۶۲ cm و ۵۶ cm است. از لحظه‌ای که طول فنر ۶۰ سانتی‌متر و حرکت وزنه تندشونده است، حداقل چند ثانیه طول

می‌کشد تا در حالی که حرکت وزنه تندشونده است، طول فنر ۵۸ سانتی‌متر شود؟ ($\pi = \sqrt{10}$ و ثابت فنر $k = 400 \frac{N}{m}$ است).



- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۲
(۳) ۰/۱۵
(۴) ۰/۰۵

۷۵- یک آونگ ساده که در حال حرکت هماهنگ ساده است، در هر دقیقه ۵۰ نوسان انجام می‌دهد. طول آونگ را چند سانتی‌متر و چگونه تغییر

دهیم تا بسامد نوسان آونگ ۱ هرتز شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\pi^2 = 10$)

- (۱) ۱۱ سانتی‌متر کم کنیم. (۲) ۲۸ سانتی‌متر زیاد کنیم. (۳) ۲۰ سانتی‌متر کم کنیم. (۴) ۱۳ سانتی‌متر زیاد کنیم.

شیمی

زمان پیشنهادی ۳۰'

شیمی ۳: فصل‌های ۱ و ۲

۷۶- با توجه به شکل‌های زیر کدام عبارت(ها) نادرست هستند؟



(الف) شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب می‌توانند مربوط به ساختار یک اسید چرب و یک استر سنگین باشند.

(ب) به مخلوطی از تعداد زیادی مولکول «الف» و «ب» با هم چربی می‌گویند.

(پ) قسمت (۲) در هر دو مولکول بخش قطبی را نشان می‌دهد و هر دو ترکیب با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی می‌دهند.

(ت) قسمت (۱) در هر دو شکل بخش ناقطبی است و نیروهای واندروالس تشکیل می‌دهد.

(ث) در هر دو شکل بخش (۱) نسبت به بخش (۲) نیروهای بین مولکولی غالب را می‌سازد.

- (۱) «الف» (۲) «ب» و «ت» (۳) «ث» (۴) «پ»

۷۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($H = 1, C = 12 g \cdot mol^{-1}$)

■ فرمول شیمیایی یک صابون جامد با زنجیره آلکیل ۱۶ کربنی سیر شده می‌تواند به صورت $C_{17}H_{33}O_2Na$ باشد.

■ $RC_6H_4SO_3Na$ یک پاک‌کننده صابونی است که در آب سخت نیز خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند.

■ برای تهیه پاک‌کننده‌های غیرصابونی نیازی به چربی یا منابع حیوانی نمی‌باشد.

■ در اسیدهای چرب با زنجیره آلکیل سیر شده نسبت درصد جرمی کربن به هیدروژن برابر ۶ است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸- تکه‌ای چربی شامل ۴ مول استر بلند زنجیر با زنجیره هیدروکربنی سیر شده به فرمول $C_{57}H_{110}O_6$ است. برای تبدیل ۸۰٪ از آن به

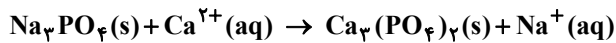
صابون سدیم چند لیتر محلول $NaOH$ با $pH = 13/7$ لازم است؟

- (۱) ۴/۸ (۲) ۹/۶ (۳) ۱۹/۲ (۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

۸

۷۹- می‌خواهیم به کمک مقداری شوینده و ۱۰۰ میلی‌لیتر از نوعی آب سخت که حاوی یون Ca^{2+} است یک پارچهٔ نخی را بشوییم. اگر غلظت یون Ca^{2+} در آب ۰/۳ مولار باشد، برای رسوب دادن تمامی یون‌های Ca^{2+} از این نمونه آب سخت به چند گرم سدیم فسفات مطابق واکنش زیر نیاز داریم؟ ($\text{O} = ۱۶, \text{Na} = ۲۳, \text{P} = ۳۱, \text{Ca} = ۴۰ \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) (معادله موازنه شود).



۸/۴۲ (۴)

۶/۲۳ (۳)

۵/۴۲ (۲)

۳/۲۸ (۱)

۸۰- با توجه به جدول زیر که به عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون می‌پردازد، کدام مقایسه درست است؟

نوع صابون	نوع پارچه	دما °C	درصد لکه باقی‌مانده
صابون بدون آنزیم	نخی	۴۰	A
صابون بدون آنزیم	نخی	۳۰	B
صابون آنزیم‌دار	پلی‌استر	۴۰	C
صابون آنزیم‌دار	نخی	۴۰	D

(۱) $D > A > C > B$ (۲) $D > A = C > B$ (۳) $B > C > A > D$ (۴) $B > A = C > D$

۸۱- از انحلال ۴۰۰ گرم گاز گوگرد تری‌اکسید و ۲۱۶ گرم گاز دی‌نیتروژن پنتااکسید در مقدار کافی آب به تقریب چه تعداد یون هیدرونیوم در آب تولید می‌شود؟ (انحلال هر دو گاز و یونش فراورده‌ها را کامل فرض کنید). ($\text{N} = ۱۴, \text{O} = ۱۶, \text{S} = ۳۲ \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۴/۸۲ × ۱۰^{۲۴} (۴)۹/۶۴ × ۱۰^{۲۴} (۳)۴/۳۱ × ۱۰^{۲۴} (۲)۸/۴۲ × ۱۰^{۲۴} (۱)

۸۲- با توجه به شکل داده‌شده که کنترل محلولی از باریوم هیدروکسید را نشان می‌دهد، غلظت محلول چند مول بر لیتر و نسبت غلظت مولی یون هیدروکسید به یون هیدرونیوم در آن به تقریب کدام است؟ ($\log 2 = ۰/۳$ و $\log 3 = ۰/۴۷$)

(۱) $۳/۷ \times ۱۰^{-۱۱}$ و $۱/۶ \times ۱۰^{-۲}$ (۲) $۲/۶ \times ۱۰^{-۱۰}$ و ۸×۱۰^{-۳} (۳) $۱/۶ \times ۱۰^{-۲}$ و ۶×۱۰^{-۱۳} (۴) ۸×۱۰^{-۳} و ۶×۱۰^{-۱۳}

۸۳- در بین عبارت‌های زیر چند عبارت درست است؟

■ pH در رودهٔ بزرگ نسبت به دهان، خون و معده بزرگ‌تر است.

■ شیر فاسد شده خاصیت اسیدی دارد و $\text{pH} < ۷$ دارد.

■ اگر در محلول اسیدی $[\text{H}^+]$ ، $۱۰^۶$ برابر $[\text{OH}^-]$ باشد، pH آن ۴ واحد کمتر از pH آب خالص در دمای اتاق است.

■ در صورتی که در دمایی مشخص pH آب خالص ۶/۵ باشد، $\text{pH} = ۷$ بازی محسوب می‌شود.

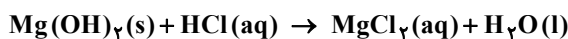
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۴- با مصرف چند گرم منیزیم هیدروکسید مطابق واکنش زیر، pH محلولی ۵۰۰ میلی‌لیتری از هیدروکلریک اسید با غلظت نیم مولار به ۷ می‌رسد؟ (واکنش را موازنه کنید). ($\text{H} = ۱, \text{O} = ۱۶, \text{Mg} = ۲۴ \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



۲۹ (۴)

۱۴/۵ (۳)

۷/۲۵ (۲)

۵/۸۰ (۱)

محل انجام محاسبات

داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۳

۸۵- یک مول از اسید ضعیف HA را در یک لیتر از محلول اسید قوی HX با $\text{pH} = ۱$ حل می‌کنیم. غلظت A^- موجود در محلول به تقریب چند مول بر لیتر است؟ (از $[\text{H}^+]$ حاصل از یونش اسید ضعیف HA و تغییر حجم محلول صرف‌نظر کرده و $K_a(\text{HA})$ را برابر $۲ \times ۱۰^{-۵} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ در نظر بگیرید.)

- (۱) ۲×۱۰^{-۴} (۲) ۲×۱۰^{-۳} (۳) $۴/۵ \times ۱۰^{-۳}$ (۴) $۴/۵ \times ۱۰^{-۲}$

۸۶- کدام جمله در مورد پاک‌کننده‌های خورنده نادرست است؟

(۱) پاک‌کننده پودری شکل که با آن مجاری مسدود شده با چربی را در دستگاه‌های صنعتی باز می‌کنند، از جمله پاک‌کننده‌های خورنده محسوب می‌شود.

(۲) می‌توانند خاصیت اسیدی قوی یا بازی قوی داشته باشند.

(۳) جوهرنمک، محلول سدیم‌هیدروکسید و محلول‌های سفیدکننده همگی پاک‌کننده خورنده هستند.

(۴) این پاک‌کننده‌ها به جای برهم‌کنش میان ذره‌ها با آلاینده‌ها واکنش می‌دهند و از نظر شیمیایی فعال هستند.

۸۷- محلولی از HCN را با آب مقطر ۵ برابر رقیق می‌نماییم. pH آن به چه میزان افزایش می‌یابد؟ (HCN اسیدی بسیار ضعیف است.)

($\log 5 = 0.7$)

- (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۳۵ (۳) ۰/۷ (۴) ۰/۱۵

۸۸- در واکنش فلز آهن با ۵ لیتر هیدروکلریک اسید یک مولار که سبب تولید آهن (II) کلرید می‌شود، pH محلول هر ۱۰ ثانیه ۰/۳ افزایش می‌یابد، پس از چند ثانیه ۲/۳۵ مول آهن در این فرایند مصرف می‌شود؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.5$)

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۸۹- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) در واکنش جوش شیرین با اسید معده، آب و نمک طعام و سدیم کربنات حاصل می‌شود.

(۲) هنگامی که مواد بازی سبب گرفتگی مجرای فاضلاب شوند استفاده از پاک‌کننده خورنده اسیدی توصیه می‌شود.

(۳) برای افزایش قدرت پاک کردن چربی‌ها، به شوینده‌ها جوش شیرین می‌افزایند.

(۴) گل ادریسی در محیط اسیدی به رنگ آبی و در محیط بازی به رنگ سرخ است.

۹۰- pH محلول ۰/۱ مولار HA، دو واحد بیشتر از pH محلول ۰/۰۱ مولار نیتریک اسید است. درجه یونش محلول ۰/۰۰۱ مولار HA کدام است؟

- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۰۰۱ (۴) ۰/۰۰۰۱

۹۱- محلولی حاوی کاتیون‌های فلز X در ظرفی از جنس D نگهداری می‌شود. اگر تیغه‌ای از جنس فلز M را در این محلول وارد کنیم، لایه‌ای فلزی سطح تیغه را می‌پوشاند، براین اساس

(۱) قدرت کاهندگی فلز X بیشتر از قدرت کاهندگی فلزهای D و M است.

(۲) اگر فلز D با محلول اسید واکنش دهد، قطعاً فلز M نیز با محلول اسید می‌تواند واکنش دهد.

(۳) کاتیون‌های فلز M در مقایسه با کاتیون‌های فلز X اکسندگی قوی‌تری هستند.

(۴) اگر نیم سلول‌های استاندارد فلزهای M و X برای تشکیل سلول الکتروشیمیایی گالوانی به یکدیگر متصل شوند، الکتروود M قطب مثبت سلول را تشکیل می‌دهد.

۹۲- در یک سلول سوختی از سوخت A به‌عنوان جایگزینی برای هیدروژن استفاده می‌شود. معادله موازنه‌نشده نیم‌واکنش آندی در آن به‌صورت

زیر است. انتخاب کدام ماده به‌عنوان سوخت A سبب می‌شود که حاصل عبارت $\frac{x+y+z}{a}$ عددی بزرگ‌تر شود؟



- (۱) CH_4 (۲) CH_3OH (۳) C_2H_6 (۴) $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$

محل انجام محاسبات

۹۳- کدام مطلب(ها) در مورد سلول گالوانی استاندارد «هیدروژن - مس» نادرست است؟

الف) جهت حرکت الکترون در مدار بیرونی از نیم سلول هیدروژن به نیم سلول مس است.

ب) pH محلول الکترولیت در SHE با گذشت زمان افزایش می یابد.

پ) اختلاف پتانسیل سلول برابر با پتانسیل استاندارد کاهش نیم سلول مس است.

ت) با گذشت زمان جرم الکترودها تغییر می کند.

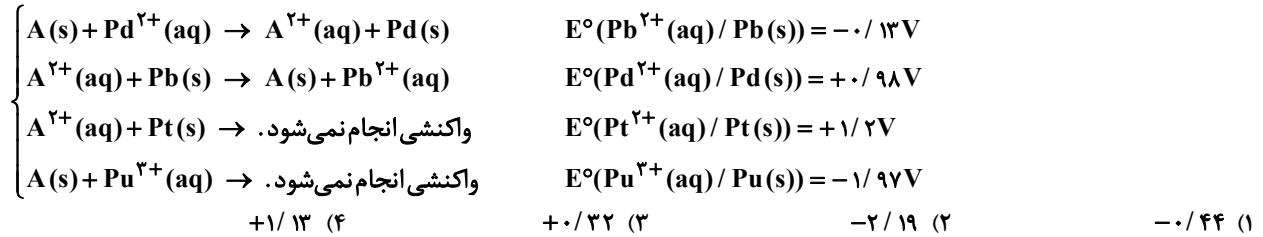
(۱) «الف»، «ب» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» (۴) «ب» و «ت»

۹۴- در سلول گالوانی تشکیل شده از دو نیم سلول سرب و آهن، جهت حرکت آنیون ها در دیواره متخلخل از نیم سلول سرب به نیم سلول آهن است. بر این اساس به ازای مبادله ۰/۲۵ مول الکترون در سلول، چند گرم از جرم تیغه آندی کاسته می شود؟ (محلول الکترولیت در دو

نیم سلول شامل آهن (II) نیترات و سرب (II) نیترات است.) ($\text{Fe} = 56, \text{Pb} = 207 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) ۱۴ (۲) ۲۵ (۳) ۷ (۴) ۵۰

۹۵- با توجه به داده های زیر کدام مقدار را می توان به پتانسیل کاهش فلز A نسبت داد؟



۹۶- در چه تعداد از ترکیب های زیر، عدد اکسایش تمام اتم های اکسیژن برابر «۲-» نیست؟



(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹۷- در یکی از قطب های یک سلول الکترولیتی، نیم واکنش ($\text{X}^{n+} + n\text{e}^- \rightarrow \text{X}$) انجام می شود. کدام نتیجه گیری ها درست است؟

الف) علامت قطب مورد نظر، مثبت است.

ب) نیم واکنش از نوع کاهش است و در قطب کاتد انجام می شود.

پ) جنس الکترودی که نیم واکنش مورد نظر در اطراف آن انجام می شود، باید از جنس فلز X باشد.

ت) این نیم واکنش خود به خودی است.

ث) حالت فیزیکی X^{n+} می تواند (aq) و یا (l) باشد.

(۱) «الف»، «ب» و «ت» (۲) «ب» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

۹۸- در یک آزمایش تجزیه آب به عنصرهای سازنده آن، از یک کیلوگرم محلول آب نمک با غلظت ۲٪ جرمی به عنوان الکترولیت استفاده شده است. اگر آزمایش تا زمانی ادامه یابد که غلظت محلول آب نمک به ۴٪ جرمی برسد، تفاوت حجم گازهای تولید شده در شرایط STP به تقریب

چند لیتر است؟ ($\text{H} = 1, \text{O} = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) ۴۱۶ (۲) ۳۹۸ (۳) ۳۱۱ (۴) ۲۹۸

۹۹- چند مورد از مطالب بیان شده در مورد معادله کلی واکنش زنگ زدن آهن درست است؟

■ مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش دهنده ها، سه برابر ضریب استوکیومتری فرآورده واکنش است.

■ حالت فیزیکی هر سه واکنش دهنده متفاوت است.

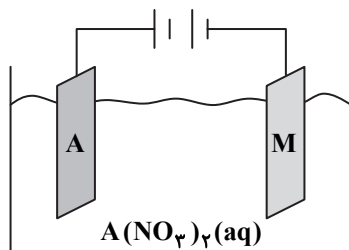
■ شمار مول های الکترون مبادله شده در این معادله، با شمار مول های الکترون مبادله شده در فرایند هال برابر است.

■ نیم واکنش کاهش در آن با نیم واکنش کاهش در سلول سوختی هیدروژن یکسان است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۱۰۰- با توجه به شکل که طرح ساده‌ای از یک سلول الکترولیتی را نشان می‌دهد کدام مطلب همواره درست است؟



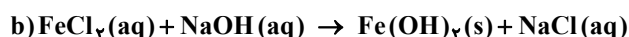
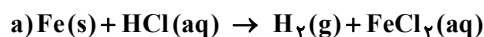
(۱) هدف از انجام این فرایند، آبکاری قطعه A با روکش نازکی از M است.

(۲) پتانسیل کاهشی استاندارد فلز A باید منفی‌تر از پتانسیل کاهشی استاندارد فلز M باشد.

(۳) با قطع مدار بیرونی، هیچ واکنشی در سلول رخ نمی‌دهد.

(۴) جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی از سمت A به سمت M است.

۱۰۱- با توجه به معادله‌های شیمیایی (موازنه‌نشده) داده‌شده، کدام عبارت درست است؟



(۱) پس از موازنه، مجموع ضرایب مواد در معادله «b»، ۲ برابر مجموع ضرایب مواد در معادله «a» است.

(۲) شمار الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش «a» طی تولید ۱ مول FeCl_2 با شمار الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش «b» طی مصرف شدن ۱ مول FeCl_2 برابر است.

(۳) برخلاف واکنش «b» از واکنش «a» می‌توان برای تولید جریان برق استفاده کرد.

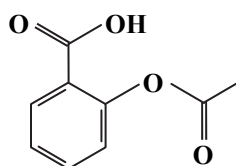
(۴) واکنش «a» در سلول الکتروشیمیایی گالوانی و واکنش «b» در سلول الکتروشیمیایی الکترولیتی انجام می‌شود.

۱۰۲- در یک سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن طی مدت‌زمانی معین ۷۲۰ میلی‌گرم بخار آب تولید شده است. در این زمان چند مول الکترون از

مدار بیرونی سلول گذشته است؟ ($H = 1, O = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۶ / (۲) ۰/۰۸ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۲

۱۰۳- با توجه به ساختار نشان‌داده‌شده، پاسخ پرسش‌های زیر، به ترتیب در کدام گزینه آورده شده است؟



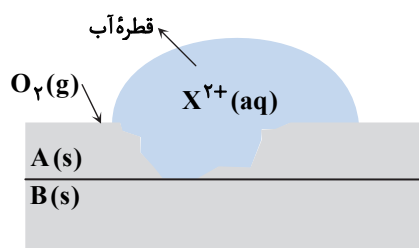
(الف) چند کربن با کمترین عدد اکسایش در این مولکول وجود دارد؟

(ب) بیشترین عدد اکسایش اتم‌های کربن در این ترکیب چند است؟

(پ) مجموع عددهای اکسایش اتم‌های کربن در این مولکول چند است؟

- (۱) ۱، +۳، صفر (۲) ۴، +۲، +۴ (۳) ۱، +۲، +۴ (۴) ۴، +۳، صفر

۱۰۴- شکل روبه‌رو مربوط به قرار گرفتن یک ورقهٔ حلبی در شرایط مناسب خوردگی است. با توجه به شکل، کدام مورد درست عنوان شده است؟



(۱) B فلز آهن، A فلز روی و یون‌های X^{2+} کاتیون‌های فلز روی هستند.

(۲) A پتانسیل کاهشی استاندارد مثبت‌تری در مقایسه با آهن داشته و یون‌های X^{2+} کاتیون‌های فلز A هستند.

(۳) اگر خراش ایجاد شده، فلز A را در تماس با قطرهٔ آب قرار دهد، در این شرایط یون‌های X^{2+} که در اثر اکسایش تولید می‌شوند مربوط به فلز A (پوشاننده) هستند.

(۴) A فلز قلع و یون‌های X^{2+} کاتیون‌های حاصل از اکسایش یافتن فلز آهن هستند.

۱۰۵- اگر تیغه‌ای از جنس فلز روی به جرم ۴ گرم در محلولی حاوی یون‌های طلا Au^{3+} قرار داده شود، پس از مبادله 10×10^{-21} الکترون،

جرم تیغه به تقریب چند گرم است؟ (فرض کنید ۸۰ درصد فلز تولیدشده به تیغه بچسبد. ($Zn = 65, Au = 197 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$))

- (۱) ۴/۱ (۲) ۴/۶ (۳) ۴/۳۳ (۴) ۴/۲۶

محل انجام محاسبات

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



حلقه
سنجش



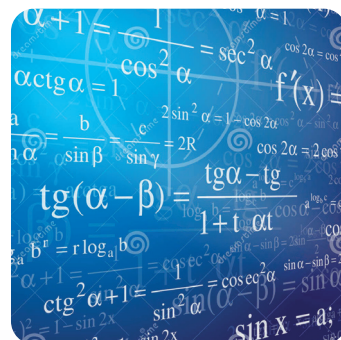
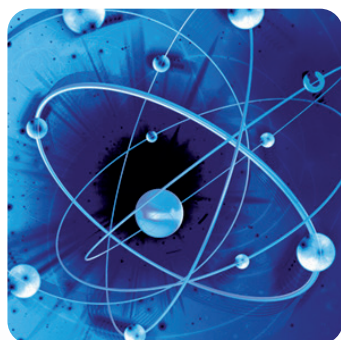


دفترچه پاسخ‌های تشریحی

آزمون آزمایشی ۲۹ دی ۱۴۰۲ (مرحله ۶)

ویژه داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۳

گروه آزمایشی علوم ریاضی





داوطلبان آزمون سراسری سال ۱۴۰۲
سال تحصیلی ۱۴۰۲-۰۳

پاسخ تشریحی آزمون ۲۹ دی ۱۴۰۲

تذکرات مهم ↓

۲
۳

اسامی طراحان سؤال

پاسخ تشریحی درس های اختصاصی

➡ آزمون آزمایشی مرحله ۷ گزینه دو، در روز جمعه ۱۳ بهمن ۱۴۰۲ برگزار می گردد.

➡ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➡ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➡ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۶ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

 [gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

گروه ریاضی

طراحان

مدیر گروه: سید امیرمحمد سیدشاکری

حسابان		حسین شفیع زاده • علی افضل زاده • مجید رفعتی
مسئول درس:	سید امیرمحمد سیدشاکری	
دستیاران:	حسین اسدزاده- عباس سعیدی	
هندسه		سیدمحسن میراسلامی • علی نعمت
مسئول درس:	سعید اکبرزاده	
دستیاران:	هادی کاظم نژاد- فرهاد فرزانی	
ریاضیات گسسته		علیرضا شریف خطیبی • امیدرضا پورحسینی
مسئول درس:	سعید اکبرزاده	
دستیاران:	هادی کاظم نژاد- فرهاد فرزانی	
ریاضی تجربی		مهرداد کیوان • مهدی اکرمی • ایمان اردستانی
مسئول درس:	ایمان اردستانی	
دستیار:	پوپک مقدم	
ریاضی انسانی		علی شهرابی فراهانی • وحید رباعی • حسین افسری
مسئول درس:	سید امیرمحمد سیدشاکری	
دستیار:	عباس سعیدی	

گروه علوم

مدیر گروه: محمدرضا محمدهاشمی

زیست شناسی		محمد پازوکی • علی پناهی شایق • محمد شاملو
مسئول درس:	امیر کبیری راد	
دستیاران:	بتول خواجه پور- علی قلی زاده	
فیزیک		علی نعیمی • بهمن شاهمرادی • احمد رضوانی
مسئول درس:	منصور داودوندی	
دستیار:	ساناز دریگوندی	
شیمی		ماشاء الله سلیمانی • بهنام ابراهیم پور • مهداد ملاصالحی
مسئول درس:	احمد عباسی	
دستیار:	سیدحامد میرقادر	
زمین شناسی		شهرام شاه پرویزی • محمدعلی توسلی فر
مسئول درس:	شکیبا کریمی	
		فرزانه رجایی • فرزانه صاعدی

گروه انسانی و علوم و معارف اسلامی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

علوم و فنون ادبی		ابوالفضل قاضی • علی عطری • محمدرضا لمسه چی
مسئول درس:	محمدرضا پیرو	
دستیار:	امیرحسین نیک دست	
جامعه شناسی		آزیتا بیدقی • فروغ تیموریان • محمدزمان کبیر • الهام میرزایی
مسئول درس:	الهام رضایی	
روان شناسی		سیمین زاهدی • سیده ضحی سکاکی • مهدی جاهدی
مسئول درس:	سیده ضحی سکاکی	
زبان عربی		مصطفی خاکبازان • کاظم غلامی • پدرام علیمردادی • الهه مسیح خواه
مسئول درس:	پویا رضاداد	
دستیار:	مائده خدایاری	
تاریخ، تاریخ اسلام و جغرافیا		شهرام امامی • بهروز یحیی • فرناز نصیری • نگار مروّتی
مسئول درس:	الناز گنج کار	
دستیاران:	ثنا کاشیان- فاطمه وهابی	
فلسفه و منطق		احمد خداداد حسینی • حمید سودیان طهرانی • حسین صادقی
مسئول درس:	حمید سودیان طهرانی	
دستیاران:	سعید رحیمیان- منصور کاظم بیگی	
اقتصاد		حسین خاکساری • میترا چینی ساز • امیر محمدبیگی
مسئول درس:	امیر محمدبیگی	
دستیار:	محمدرضا مبارکی	
		طاهره کریمی • محمدرضا مبارکی

پاسخ تشریحی درس‌های اختصاصی آزمون ۲۹ دی ۱۴۰۲ (گروه آزمایشی علوم ریاضی)

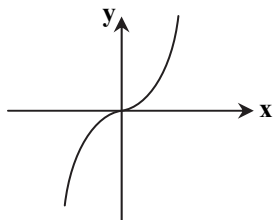
ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۳

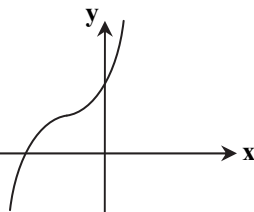
▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۱)

$$\text{نکته: } (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3, \quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

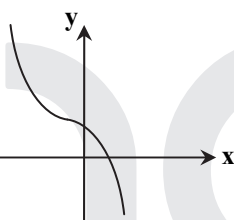
نکته: نمودار تابع $y = x^3$ به صورت روبه‌رو است:



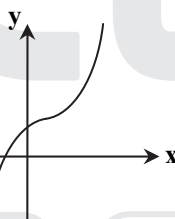
ابتدا هر کدام از گزینه‌ها را رسم می‌کنیم. دقت کنید که در گزینه‌های ۱ و ۳ ابتدا ضابطه را به فرم مکعب کامل نوشته و سپس به کمک انتقال رسم می‌کنیم:



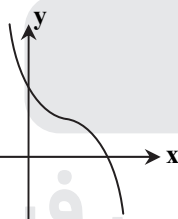
$$\text{گزینه ۱: } y = x^3 + 3x^2 + 3x + 3 = (x+1)^3 + 2$$



$$\text{گزینه ۲: } y = -(x+1)^3 + 2$$



$$\text{گزینه ۳: } y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1 = (x-1)^3 + 2$$



$$\text{گزینه ۴: } y = -(x-1)^3 + 2$$

بنابراین گزینه ۳ می‌تواند ضابطه مربوط به نمودار رسم شده باشد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۳)

۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته: به‌طور کلی حد هر چندجمله‌ای به‌صورت $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ در $\pm\infty$ برابر حد جمله‌ای از آن است که

دارای بزرگ‌ترین درجه است یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n$$

نکته: اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0$ دو چندجمله‌ای باشند، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0} = \begin{cases} \frac{a_n}{b_m}; & n = m \\ \pm\infty; & m > n \\ 0; & n < m \end{cases}$$

ابتدا عبارت $2 - f(x)$ را تشکیل می‌دهیم، داریم:

$$2 - f(x) = 2 - \frac{ax^2 + bx + 1}{2x^2 - 1} = \frac{2x^2 - 1 - (ax^2 + bx + 1)}{2x^2 - 1} = \frac{(2-a)x^2 - bx - 2}{2x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - f(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x^2 - bx - 2}{2x^2 - 1} = \frac{2-a}{2}$$

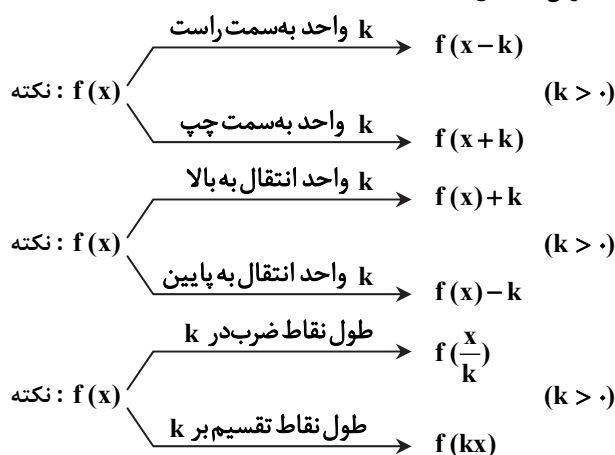
اکنون داریم:

$$\frac{2-a}{2} = 3 \Rightarrow 2-a = 6 \Rightarrow a = -4$$

طبق فرض این مقدار باید برابر با ۳ باشد، پس:

۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۱)



ترتیب تبدیلات به صورت $f(x-3)$ ، سپس $f(x-3)-2$ و در نهایت $f(2x-3)-2$ است. حال نمودار $y = f(2x-3)-2$ را با نمودار $y = x$ تلاقی می‌دهیم.

$$f(2x-3)-2 = x \Rightarrow f(2x-3) = x+2 \Rightarrow (2x-3)^2 - (2x-3) + 4 = x+2 \Rightarrow 4x^2 - 15x + 14 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } \frac{7}{4}$$

۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۳)

نکته: خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty & \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty & \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty \end{aligned}$$

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

برای یافتن مجانب افقی تابع f ، حد تابع f را در بی‌نهایت پیدا می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(x)-4}{x^2+3x-10} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(-x)-4}{x^2+3x-10} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1$$

بنابراین تابع f دارای دو مجانب افقی $y = 1$ و $y = -1$ است.

برای یافتن مجانب قائم تابع f ، ریشه‌های مخرج این تابع کسری را پیدا می‌کنیم:

$$x^2+3x-10=0 \Rightarrow (x+5)(x-2)=0 \Rightarrow x = -5 \text{ یا } x = 2$$

$x = -5$ فقط ریشه مخرج کسر است و ریشه صورت کسر نیست، پس حد تابع f وقتی $x \rightarrow -5$ نامتناهی بوده و خط $x = -5$ مجانب قائم تابع f است. اما $x = 2$ ریشه صورت و مخرج کسر است و حد تابع f وقتی $x \rightarrow 2$ موجود است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x|x|-4}{x^2+3x-10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x+5)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+5} = \frac{4}{7}$$

پس تابع دارای یک مجانب قائم ($x = -5$) و دو مجانب افقی ($y = -1$ و $y = 1$) است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۲)

۵- پاسخ: گزینه ۴

نکته: توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ ، مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

راه حل اول: با توجه به نکته در هر کدام از گزینه‌ها مقادیر دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ دوره تناوب: گزینه ۱} \quad \begin{aligned} & \text{مینیمم: } 3-5 = -2 \quad \text{ماکزیمم: } 3+5 = 8 \end{aligned}$$

$$\frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ دوره تناوب: گزینه ۲} \quad \begin{aligned} & \text{مینیمم: } 3-5 = -2 \quad \text{ماکزیمم: } 3+5 = 8 \end{aligned}$$

$$\frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ دوره تناوب: گزینه ۳} \quad \begin{aligned} & \text{مینیمم: } 5-3 = 2 \quad \text{ماکزیمم: } 5+3 = 8 \end{aligned}$$

$$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4 \text{ دوره تناوب: گزینه ۴} \quad \begin{aligned} & \text{مینیمم: } 5-3 = 2 \quad \text{ماکزیمم: } 5+3 = 8 \end{aligned}$$

با توجه به شروط گفته شده در صورت سؤال، فقط گزینه ۴ شرایط را دارد و پاسخ است.

راه حل دوم: فرض کنید $y = c + a \sin bx$ تابع مورد نظر باشد. طبق شروط گفته شده در صورت سؤال داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{1}{2}(c + |a|) = 2(c - |a|) \Rightarrow c + |a| = 4(c - |a|) \Rightarrow |a| = \frac{3}{5}c$$

دوره تناوب
ماکزیمم
مینیمم

با این فرض، فقط گزینه های ۳ و ۴ قابل قبول اند.

$$\frac{2\pi}{|b|} = 2(c - |a|) = 2(c - \frac{3}{5}c) = \frac{4}{5}c \Rightarrow |b| = \frac{5\pi}{2c}$$

با فرض $c = 5$ نتیجه می گیریم $|b| = \frac{\pi}{2}$ ، پس گزینه ۴ درست است.

۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: اگر $f(x)$ و $p(x)$ چندجمله ای باشند و درجه $p(x)$ از صفر بزرگ تر باشد، آنگاه چندجمله ای های منحصربه فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند به طوری که:

$$f(x) = p(x) \cdot q(x) + r(x)$$

که در آن $r(x) = 0$ یا درجه $r(x)$ از درجه $p(x)$ کمتر است.

نکته: باقی مانده تقسیم چندجمله ای $f(x)$ بر $ax + b$ عبارت است از $r(x) = f(-\frac{b}{a})$.

طبق نکات چون درجه $R(x)$ از $x^2 - 4$ باید کمتر باشد، فرض می کنیم $R(x) = ax + b$: قضیه تقسیم را می نویسیم:

$$f(x) = (x^2 - 4)g(x) + ax + b \quad (1)$$

ریشه های $x^2 - 4$ یعنی $x = 2$ و $x = -2$ را در تساوی جای گذاری می کنیم:

$$\begin{cases} x = 2 \Rightarrow f(2) = 2a + b \Rightarrow 2a + b = -1 \\ x = -2 \Rightarrow f(-2) = -2a + b \Rightarrow -2a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

بنابراین $R(x) = -x + 1$ و باقی مانده تقسیم $g(x)$ بر $-x + 1$ برابر $g(1)$ است.

برای محاسبه $g(1)$ ، کافی است در تساوی (۱) به جای x عدد یک را جایگزین کنیم، داریم:

$$f(1) = -3g(1) + a + b \Rightarrow -12 = -3g(1) + 0 \Rightarrow g(1) = 4$$

۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۱)

با توجه به نمودار، $f(0) = 8$ است، پس $n = 8$ است.

اگر $\alpha < \beta$ ریشه های $f(x) = 0$ باشند، آنگاه ریشه های $f(1 + \frac{x}{\alpha}) = 0$ به صورت $2(\alpha - 1)$ و $2(\beta - 1)$ است.

(نمودار f یک واحد به چپ منتقل می شود و سپس طول نقاط آن دو برابر می شود.)

مطابق شکل ریشه کوچک تر هر دو معادله، بر هم منطبق اند، پس:

$$2(\alpha - 1) = \alpha \Rightarrow \alpha = 2$$

$$\Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow 4 - 2m + 8 = 0 \Rightarrow m = 6 \Rightarrow mn = 48$$

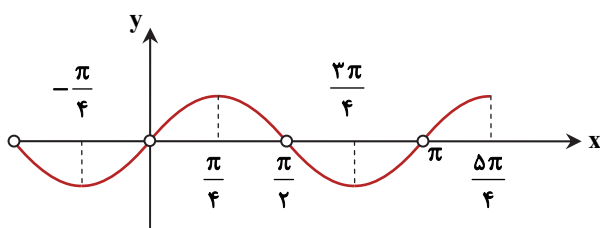
۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

ابتدا ضابطه تابع را با استفاده از اتحادهای مثلثاتی ساده می کنیم:

$$f(x) = \frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{1}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos 2x}{\sin 2x}} = \frac{1}{\frac{\sin x \sin 2x + \cos 2x \cos x}{\cos x \sin 2x}} = \frac{\cos x \times \sin 2x}{\cos(2x - x)} = \frac{\cos x \times \sin 2x}{\cos x} = \sin 2x$$

بنابراین نمودار تابع f با توجه به ضابطه آن به صورت روبه رو است:



دقت کنید که دامنه تابع f به صورت $k \in \mathbb{Z}$ و $\mathbb{R} - \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}$ است. بنابراین روی نمودار نقاط $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \dots$ توخالی گذاشته شده است.

این تابع روی بازه $(0, \frac{\pi}{4})$ اکیداً صعودی است.

۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۳)

نکته: دامنه تابع $y = \tan x$ به صورت $D = \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ است.

می‌دانیم تابع تانژانت در تمامی نقاطی که تعریف نشده است، مجانب قائم دارد. پس مجانب‌های قائم تابع $y = \tan\left(\frac{\pi x}{3}\right)$ از حل معادله زیر

$$\frac{\pi x}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{x}{3} = k + \frac{1}{2} \Rightarrow x = 3k + \frac{3}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

به دست می‌آیند:

به ازای مقادیر صحیح k ، اعداد $\left\{ -\frac{9}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \frac{15}{2} \right\}$ از جواب معادله فوق در بازه $(-6, 10)$ قرار می‌گیرند، پس تابع

$$y = \tan\left(\frac{\pi x}{3}\right) \text{ با دامنه } (-6, 10) \text{ دارای ۵ مجانب قائم به صورت روبه‌رو است:}$$

$$x = -\frac{9}{2}, x = -\frac{3}{2}, x = \frac{3}{2}, x = \frac{9}{2}, x = \frac{15}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۱)

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = -f(x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = -f(x)$ ، قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور x است.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y = f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y = f(-x)$ به دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y = f(-x)$ قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به محور y است.

طبق نکات اگر $f(x)$ صعودی باشد، هر دو تابع $f(x)$ و $-f(x)$ نزولی ولی تابع $-f(-x)$ صعودی خواهد بود. از آنجا که $ab < 0$ ، پس یکی از a و b مثبت و دیگری منفی است.

پس توابع $\frac{ab}{-}f(-x)$ و $\frac{af}{+}(-bx)$ و $\frac{af}{+}(bx)$ و $\frac{ab}{-}f(x)$ صعودی و تابع $\frac{ab}{-}f(x)$ نزولی است.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۳)

۱۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \text{ برقرار باشد.}$$

ابتدا مجانب افقی تابع را پیدا می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2 - 10x + 1}{6x^2 - 15x + 4} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^2}{6x^2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

بنابراین خط $y = \frac{2}{3}$ تنها مجانب افقی این تابع است. با کم کردن $\frac{2}{3}$ از تابع داریم:

$$\frac{4x^2 - 10x + 1}{6x^2 - 15x + 4} - \frac{2}{3} = \frac{3(4x^2 - 10x + 1) - 2(6x^2 - 15x + 4)}{3(6x^2 - 15x + 4)} = \frac{-5}{3(6x^2 - 15x + 4)}$$

با توجه به اینکه وقتی $x \rightarrow +\infty$ و $x \rightarrow -\infty$ ، آنگاه $y - \frac{2}{3}$ مقداری منفی است، پس در مثبت بی‌نهایت و منفی بی‌نهایت $y < \frac{2}{3}$ و تابع موردنظر در بی‌نهایت زیر مجانب افقی خود قرار دارد یعنی به شکل زیر است:

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۳)

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{array}{llll} \frac{\text{عدد مثبت}}{+} = +\infty & \frac{\text{عدد منفی}}{+} = -\infty & \frac{\text{عدد مثبت}}{-} = -\infty & \frac{\text{عدد منفی}}{-} = +\infty \end{array}$$

نکته:

برای اینکه حاصل حد برابر $-\infty$ شود باید مخرج در $x = a$ ریشه مضاعف داشته باشد. مخرج کسر داده شده به صورت

$$ax^2 + bx + 4a = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + 4\right)$$

قسمت داخل پرانتز باید معادل $x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$ باشد، یعنی دو چندجمله‌ای

$$x^2 - 2ax + a^2 \text{ و } x^2 + \frac{b}{a}x + 4 \text{ باید متحد باشند، پس داریم:}$$

$$\begin{cases} a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \\ \frac{b}{a} = -2a \Rightarrow b = -2a^2 \xrightarrow{a^2=4} b = -8 \end{cases}$$

به ازای $a = -2$ ، صورت و مخرج کسر منفی و حاصل حد برابر $+\infty$ می‌شود، بنابراین قابل قبول نیست و فقط مقدار $a = 2$ قابل قبول است.
در نتیجه داریم:

$$a + b = 2 - 8 = -6$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

نکته: دامنه تابع $y = \tan x$ به صورت $D = \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ است.

نکته: $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

در نقطه $x = \frac{\pi}{3}$ تابع تعریف نشده است و چون اولین نقطه مثبتی است که تابع در آن تعریف نشده است، پس عبارت جلوی $\tan$ باید برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد:

$$bx - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{b\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = 2$$

$$f(x) = \frac{a}{1 - \cos^2(2x - \frac{\pi}{6})} = a \cos^2(2x - \frac{\pi}{6})$$

بنابراین داریم:

$$a = 3$$

مطابق شکل ماکزیمم تابع برابر ۳ است، پس:

$$f(x) = 3 \cos^2(2x - \frac{\pi}{6}) \Rightarrow f(\frac{5\pi}{3}) = 3 \cos^2(\frac{10\pi}{3} - \frac{\pi}{6}) = 3 \cos^2 \frac{19\pi}{6} = \frac{9}{4}$$

در نهایت داریم:

۱۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۳)

ابتدا وارون توابع f و g را به دست می آوریم:

$$f(x) = 2x + m \xrightarrow{\text{وارون}} f^{-1}(x) = \frac{x - m}{2}$$

$$g(x) = nx + 2 \xrightarrow{\text{وارون}} g^{-1}(x) = \frac{x - 2}{n}$$

حال مطابق فرض‌های گفته شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + m}{\frac{x - 2}{n}} = \frac{2}{\frac{1}{n}} = 2n \Rightarrow 2n = 6 \Rightarrow n = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{g(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{nx + 2}{\frac{x - m}{2}} = -\infty \Rightarrow 3 - m = 0 \Rightarrow m = 3$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = 2x + 3 \\ g(x) = 3x + 2 \end{cases} \Rightarrow (g \circ f)(2) = g(f(2)) = 23$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس‌های ۱ و ۲، فصل ۳)

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته: خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار تابع $y = f(x)$ می نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

تابع f دارای یک خط مجانب افقی است، پس فقط یک مجانب قائم دارد.

حالت اول: $x = 1$ (ریشه صورت) یکی از ریشه‌های مخرج باشد:

$$x^2 + mx + 4 = 0 \xrightarrow{x=1} 1 + m + 4 = 0 \Rightarrow m = -5 \Rightarrow f(x) = \frac{1 - x}{(x - 1)(x - 4)} = \frac{-1}{x - 4}$$

نمودار تابع f اطراف $x = 4$ به صورت  است.

حالت دوم: مخرج ریشه مضاعف دارد:

$$x^2 + mx + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m = \pm 4$$

$$m = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{1 - x}{(x + 2)^2} \Rightarrow$$

$$m = -4 \Rightarrow f(x) = \frac{1 - x}{(x - 2)^2} \Rightarrow$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

نکته: جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ می‌باشند که $k \in \mathbb{Z}$.

معادله را ساده کرده و بر حسب کسینوس می‌نویسیم:

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} + 2x + \frac{\pi}{6} = x - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \frac{\pi}{2} + 2x + \frac{\pi}{6} = -x + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\pi + 2k\pi \xrightarrow{k=1} x = \pi \\ x = -\frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \xrightarrow{k=1,2,3} x = \frac{5\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, \frac{17\pi}{9} \end{cases}$$

بنابراین معادله چهار جواب در بازه $[0, 2\pi]$ دارد.

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۳)

$$-1 + a = 0 \Rightarrow a = 1$$

تابع در $x = -1$ نقطه توخالی دارد، پس $x = -1$ هم ریشه صورت و هم ریشه مخرج است:

از طرفی چون یک ریشه مخرج $x = -1$ می‌باشد و مخرج در $x = -2$ دارای انفصال مضاعف است، داریم:

$$(x+1)(x+2)^2 = (x+1)(x^2 + 4x + 4) = x^3 + 4x^2 + 4x + x^2 + 4x + 4 = x^3 + 5x^2 + 8x + 4$$

از متحد قرار دادن عبارت به دست آمده با مخرج کسر داریم:

$$x^3 + 5x^2 + 8x + 4 = x^3 + bx^2 + cx + 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 8 \end{cases}$$

$$k = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{(x+2)^2} = 1$$

$$\frac{c+b}{a} + k = \frac{8+5}{1} + 1 = 14$$

بنابراین:

۱۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

$$\tan(\alpha \mp \beta) = \frac{\tan \alpha \mp \tan \beta}{1 \pm \tan \alpha \tan \beta}$$

$$4 - 4\sin 2x = 1 + \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = \frac{3}{5}$$

طرفین وسطین می‌کنیم:

عبارت $\sin 2x$ را بر حسب $\tan x$ می‌نویسیم:

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x = \frac{2 \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{2 \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{2 \frac{\sin x}{\cos x}}{1 + \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^2} = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{3}{5} \Rightarrow 2 \tan^2 x - 10 \tan x + 3 = 0 \Rightarrow \tan x = 3 \text{ یا } \frac{1}{3}$$

بنابراین داریم:

بنابراین $\tan \alpha = 3$ و $\tan \beta = \frac{1}{3}$ یا $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ و $\tan \beta = 3$ ، در نتیجه داریم:

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{3 - \frac{1}{3}}{1 + 1} = \frac{4}{3} \text{ یا } \frac{\frac{1}{3} - 3}{1 + 1} = -\frac{4}{3}$$

پس جواب $\pm \frac{4}{3}$ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (درس ۱، فصل ۱)

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

ابتدا ماتریس A را به دست می‌آوریم:

$$A - 2I = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + 2I$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

حال از روی رابطه دوم، ماتریس B را به دست می‌آوریم:

$$A + B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B \text{ مجموع درایه‌های } B = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: اگر A ماتریسی مربعی از مرتبه ۳ باشد، در این صورت دترمینان ماتریس A را با نماد $\det(A) = |A|$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = a_{11} \times (-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{12} \times (-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \times (-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

$$|A| = a_{11} \times \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \times \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

(برای هر ماتریس 3×3 دلخواه می‌توان دترمینان A را برحسب هر سطر یا ستونی به‌دست آورد که حاصل در همه حالت‌ها یکسان خواهد بود.)
برای محاسبه دترمینان، آن را برحسب سطر دوم بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} x & 2 & k \\ 0 & x+1 & 0 \\ x+2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (x+1) \begin{vmatrix} x & k \\ x+2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (x+1)(x-kx-2k) = 0$$

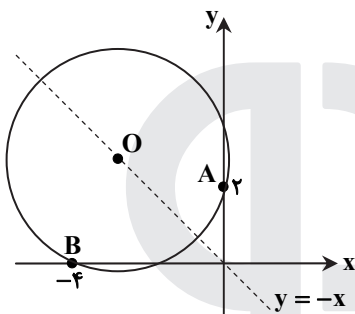
یک ریشه این معادله $x = -1$ است. برای اینکه معادله ریشه مضاعف داشته باشد، باید ریشه دیگر آن نیز -1 باشد:

$$x - kx - 2k = 0 \xrightarrow{x=-1} -1 + k - 2k = 0 \Rightarrow k = -1$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۲

مرکز دایره روی نیمساز ناحیه دوم یعنی خط $y = -x$ قرار دارد، پس مرکز دایره را به‌صورت $O(\alpha, -\alpha)$ در نظر می‌گیریم:



$$R = OA = OB, A(0, 2), B(-4, 0)$$

$$\sqrt{(\alpha - 0)^2 + (-\alpha + 2)^2} = \sqrt{(\alpha + 4)^2 + (-\alpha)^2}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 4 + \alpha^2 + 4\alpha = \alpha^2 + 8\alpha + 16 + \alpha^2 \Rightarrow 4 + 4\alpha = 8\alpha + 16$$

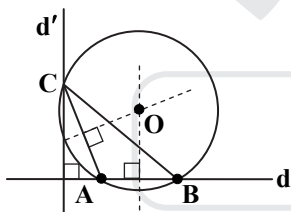
$$\Rightarrow 4\alpha = -12 \Rightarrow \alpha = -3 \Rightarrow O(-3, 3) \text{ مرکز دایره}$$

$$R = OA = \sqrt{(-3)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{10}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۱، فصل ۲)

۲۲- پاسخ: گزینه ۱

مرکز دایره محیطی یک مثلث، محل هم‌رسانی عمودمنصف‌های اضلاع آن است. مطابق شکل، نقطه O باید روی عمودمنصف AB قرار داشته باشد، پس مکان هندسی نقطه O ، عمودمنصف AB است که خطی موازی d' می‌باشد.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$$

نکته: معادله دایره‌ای به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع R عبارت است از:

نکته: برای تعیین وضعیت دو دایره نسبت به هم ابتدا مرکز و شعاع دو دایره را تعیین می‌کنیم، سپس طول خط‌المركزین دو دایره را به‌دست می‌آوریم و آنگاه طول خط‌المركزین دو دایره را با مجموع و تفاضل دو شعاع مقایسه می‌کنیم تا براساس جدول زیر، وضعیت دو دایره مشخص شود:

هم‌مرکز	متداخل	مماس داخل	متقاطع	مماس خارج	متخارج
$d = 0$	$d < R - R' $	$d = R - R' $	$ R - R' < d < R + R'$	$d = R + R'$	$d > R + R'$

طبق نکته وضعیت دو دایره، با محاسبه فاصله خط‌المركزین و مقایسه آن با شعاع دو دایره مشخص می‌شود، لذا اولین کار این است که مرکز و شعاع هر دو دایره را به‌دست آوریم:

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y = 10 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = 12 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 12 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز } O(-1, 1) \\ \text{شعاع } R = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 4y = 12 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4y + 4 = 16 \Rightarrow x^2 + (y-2)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز } O'(0, 2) \\ \text{شعاع } R' = \sqrt{16} = 4 \end{cases}$$

حال فاصله دو مرکز را به‌دست می‌آوریم و آن را با مجموع و تفاضل شعاع‌ها مقایسه می‌کنیم:

$$OO' = \sqrt{(-1-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$OO' = \sqrt{2} \approx 1/4$$

$$R + R' = 4 + 2\sqrt{3} = 4 + 3/4 = 7/4$$

$$|R - R'| = 4 - 2\sqrt{3} = 4 - 3/4 = 7/4 \Rightarrow |R - R'| < OO' < R + R' \text{ یعنی دو دایره متقاطع‌اند.}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

به شکل روبه‌رو توجه کنید. سؤال از ما عرض نقطه M را می‌خواهد که در واقع دو برابر شعاع دایره است. فاصله OA را مساوی OB قرار می‌دهیم تا β که همان شعاع دایره هست را به‌دست آوریم:

$$OA = OB$$

$$\beta = \sqrt{3^2 + (\beta - 2)^2}$$

$$\beta^2 = 9 + \beta^2 + 4 - 4\beta$$

$$4\beta = 13 \Rightarrow \beta = \frac{13}{4}$$

عرض نقطه M برابر $2\beta = 2 \times \frac{13}{4} = \frac{13}{2} = 6.5$ می‌باشد، پس گزینه ۳ پاسخ است.

۲۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۱، فصل ۱)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

ابتدا A^2 را محاسبه می‌کنیم:

حال برای محاسبه سطر اول A^3 ، کافی است که سطر اول A^2 را در تمام ستون‌های A ضرب کنیم:

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 12 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}$$

$$A^3 \text{ مجموع درایه‌های سطرها} = 9 + 6 + 12 = 27$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: برای ماتریس وارون پذیر A داریم:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$

$$A^{-1} + B^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

طرفین این تساوی را از سمت راست در A و از سمت چپ در B ضرب می‌کنیم:

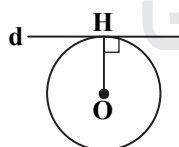
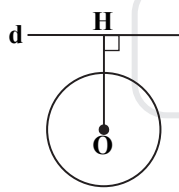
$$B(A^{-1} + B^{-1})A = B(B^{-1}A^{-1})A$$

$$B \underbrace{A^{-1}A} + B \underbrace{B^{-1}A} = \underbrace{BB^{-1}} \cdot \underbrace{A^{-1}A} \Rightarrow B + A = I$$

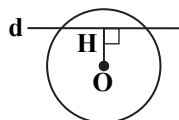
۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

نکته ۱: خط و دایره C(O, R) نسبت به هم یکی از سه حالت زیر را دارند:

(۱) متخارج: در این حالت خط و دایره هیچ نقطه مشترکی ندارند. فاصله مرکز دایره تا خط از شعاع دایره بزرگ‌تر است. $OH > R$



(۲) مماس: در این حالت خط و دایره فقط یک نقطه مشترک دارند. فاصله مرکز دایره تا خط برابر با شعاع دایره است. $OH = R$



(۳) متقاطع: در این حالت خط دایره را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصله مرکز دایره تا خط کوچک‌تر از شعاع دایره است. $OH < R$

نکته ۲: فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط به معادله $ax + by + c = 0$ بدستور زیر محاسبه می‌شود:

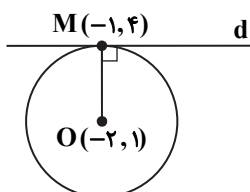
$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نقطه $M(-1, 4)$ بر دایره $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 10$ واقع است. پس طبق شکل داریم:

$$\text{شیب OM} = \frac{4-1}{-1+2} = 3 \Rightarrow \text{شیب d} = -\frac{1}{3}$$

$$d: y-4 = -\frac{1}{3}(x+1) \Rightarrow 3y-12 = -x-1$$

$$d: 3y + x = 11$$



حال باید وضعیت خط d را با دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ بیابیم:

$$(x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 6$$

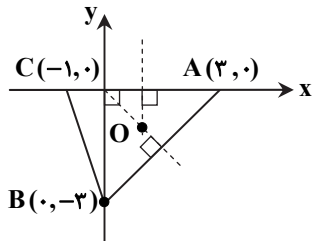
$$O'(1, -2), R = \sqrt{6}, d: 3y + x - 11 = 0 \Rightarrow O'H = \frac{|-6 + 1 - 11|}{\sqrt{9+1}} = \frac{16}{\sqrt{10}} = \frac{16\sqrt{10}}{10} = \frac{8}{5}\sqrt{10}$$

$$\frac{8}{5}\sqrt{10} > \sqrt{6} \Rightarrow O'H > R \Rightarrow \text{خط } d \text{ با دایره متقاطع است.}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: معادله استاندارد دایره به مرکز (α, β) و شعاع R به صورت $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$ است. مرکز دایره محیطی یک مثلث، محل هم‌رسمی عمودمنصف‌های اضلاع آن است. با توجه به شکل، عمودمنصف ضلع AB خط $y = -x$ و عمودمنصف ضلع AC خط $x = \frac{3-1}{2} = 1$ است. محل تلاقی این دو خط، مرکز دایره است.



$$\begin{cases} y = -x \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow O(1, -1) \text{ مرکز}, A(3, 0) \Rightarrow R = OA = \sqrt{(3-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

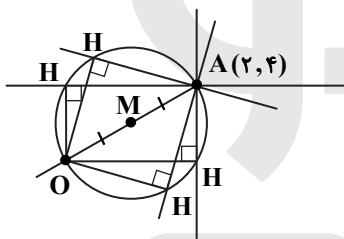
$$\text{معادله دایره: } (x-1)^2 + (y+1)^2 = 5 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y = 3$$

$$x = 0 \Rightarrow y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow (y-1)(y+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow (0, 1) \\ y = -3 \Rightarrow (0, -3) \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

۲۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته: معادله استاندارد دایره به مرکز (α, β) و شعاع R به صورت $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$ است. در تمام این عمودها طبق شکل، نقطه H روبه‌رو به پاره خط ثابت OA می‌باشد و می‌دانیم همواره زوایای محاطی روبه‌رو به قطر 90° می‌باشند. پس مکان هندسی نقطه H ، دایره‌ای به قطر OA می‌باشد. باید معادله این دایره را بنویسیم:



$$O(0, 0), A(2, 4) \Rightarrow M = \frac{O+A}{2} = (1, 2) \text{ مرکز دایره}$$

$$R = MO = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{معادله دایره: } (x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (درس ۱، فصل ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: تعداد رئوس (مرتبه) هر گراف را با p و تعداد یال‌های (اندازه) هر گراف را با q نمایش می‌دهیم. نکته ۲: در بین درجات رئوس گراف G ، کمترین درجه را با δ و بیشترین درجه را با Δ نمایش می‌دهیم. با توجه به نکات، مقادیر p, q, δ و Δ مطابق شکل گراف، عبارت‌اند از:

$$p = 5, q = 6, \delta = 2, \Delta = 3$$

پس باید ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 6 = 0$ را به دست آوریم و داریم:

$$(x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2=\delta \\ x-3=0 \Rightarrow x=3=\Delta \end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های معادله δ و Δ هستند و گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضیات گسسته (درس ۳، فصل ۱)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته: معادله سیاله خطی $ax + by = c$ جواب دارد اگر و تنها اگر $(a, b) | c$.

$$m \mid a \Leftrightarrow m \mid a - b \text{ نکته}$$

$$m \mid ac \xrightarrow{(m,c)=1} m \mid a \text{ نکته}$$

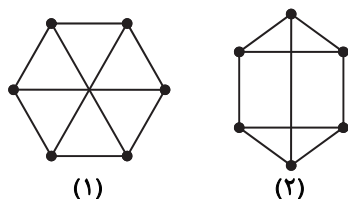
طبق نکات داریم:

$$\begin{aligned} (32, 12) &= 4, (32, 12) \mid 3n+1 \Rightarrow 4 \mid 3n+1 \Rightarrow 3n+1 \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow 3n \equiv -1 \pmod{4} \\ &\Rightarrow 3n \equiv 3 \pmod{4} \xrightarrow{(3,4)=1} n \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow n = 4k+1 \xrightarrow{k=7} n = 29 \end{aligned}$$

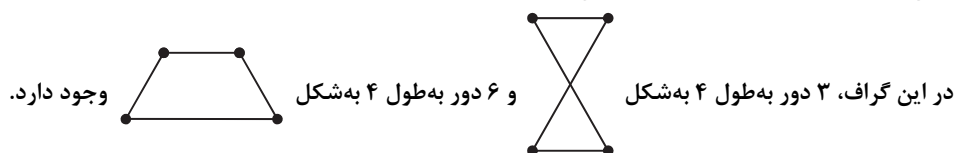
نکته: در گراف r -منتظم مرتبه p با اندازه q داریم: $rp = 2q$

گراف ۳-منتظم است. $rp = 2q \Rightarrow r \times 6 = 2 \times 9 \Rightarrow r = 3$

گراف ۳-منتظم مرتبه ۶ به یکی از شکل های زیر است:



چون دوری به طول ۳ وجود ندارد، بنابراین گراف (۱) قابل قبول است.



پس در کل ۹ دور به طول ۴ داریم.

برای آنکه با ۱۰ رأس، حداکثر تعداد یال را داشته باشیم، یک رأس را به عنوان رأس درجه صفر ($\delta = 0$) کنار گذاشته و ۲ رأس را برای داشتن ۲ رأس درجه ۴ نیز کنار می گذاریم و با ۷ رأس دیگر گراف کامل

مرتبه ۷ می سازیم؛ یعنی $\binom{7}{2} = 21$ یال داریم و سپس با دو رأس دیگر که کنار گذاشته بودیم ۲ رأس

درجه ۴ که مجاور نباشند تشکیل داده و هر کدام را به ۴ رأس از ۷ رأس دیگر وصل می کنیم، پس:

$$q_{\max} = \binom{7}{2} + 4 + 4 = 29$$

نکته ۱: گراف k -منتظم، گرافی است که درجه همه رئوس آن برابر عدد حسابی k است و روابط زیر در آن برقرار است.

۱) $2q = pk$

۲) $\delta = \Delta = k$

نکته ۲: گراف کامل گرافی است که همه رئوسش با هم مجاورند و در نتیجه بیشترین تعداد یال ممکن را دارد و روابط زیر در آن برقرار است:

۱) $q = \frac{p(p-1)}{2}$

۲) $\delta = \Delta = p-1$

نکته ۳ (مجموعه همسایه های یک رأس): فرض کنیم $v \in V(G)$ ، به مجموعه رأس هایی از گراف G که به رأس v متصل هستند، «همسایگی باز رأس v » می گوییم و با $N_G(v)$ نمایش می دهیم. اضافه کردن خودِ رأس v به $N_G(v)$ «همسایگی بسته رأس v » را به دست می دهد که آن را با $N_G[v]$ نمایش می دهیم. می توان این دو مجموعه را به صورت زیر نمایش داد:

$$N_G(v) = \{u \in V(G) : uv \in E(G)\}$$

$$N_G[v] = N_G(v) \cup \{v\}$$

با توجه به نکات و مطابق اطلاعات مسئله، داریم:

$$G_1 : 2q = 7p \rightarrow q = \frac{7p}{2}, \quad G_2 : q = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$10 + \frac{7p}{2} = \frac{p(p-1)}{2} \xrightarrow{\times 2} 20 + 7p = p^2 - p \Rightarrow p^2 - 8p - 20 = 0 \Rightarrow (p-10)(p+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = -2 \\ p = 10 \end{cases}$$

$$p = 10 \Rightarrow \begin{cases} G_2 \text{ در گراف کامل } : \delta = \Delta = 9 \Rightarrow |N_{G_2}(v_1)| = 9 \\ G_1 \text{ در گراف ۷-منتظم } : \delta = \Delta = 7 \Rightarrow |N_{G_1}[v_1]| = 7 + 1 = 8 \end{cases}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$|N_{G_2}(v_1)| - |N_{G_1}[v_1]| = 9 - 8 = 1$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (درس ۱، فصل ۱)

نکته: اگر $a \in \mathbb{Z}$ و a^2 زوج باشد، آنگاه a نیز زوج است.

نکته: از هر دو عدد صحیح متوالی یکی زوج و یکی فرد است، در نتیجه حاصل ضرب آن‌ها زوج است.

اگر عبارت $\frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ زوج باشد، آنگاه $\frac{n(n+1)}{2}$ نیز زوج است. در نتیجه $n(n+1)$ باید مضرب ۴ باشد و چون n و $n+1$ دو عدد صحیح متوالی هستند، دو حالت داریم:

$$۱) n = 4k \xrightarrow{1 \leq n < 20} n = 4, 8, 12, 16$$

$$۲) n+1 = 4k \Rightarrow n = 4k-1 \xrightarrow{1 \leq n < 20} n = 3, 7, 11, 15, 19$$

بنابراین به‌ازای ۹ عدد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰، عبارت داده‌شده زوج است.

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (درس ۱، فصل ۲)

نکته ۱: در بین درجات رئوس گراف G ، کمترین درجه را با δ و بیشترین درجه را با Δ نمایش می‌دهیم.

نکته ۲ (مکمل یک گراف): مکمل گرافی مانند G که آن را با $\bar{G}$ نمایش می‌دهیم، گرافی است که مجموعه رئوس آن همان مجموعه رئوس گراف G است و بین دو رأس از $\bar{G}$ یک یال است، اگر و تنها اگر بین همان دو رأس در G یالی وجود نداشته باشد. روابط زیر بین گراف G و مکملش گراف $\bar{G}$ برقرار است:

$$۱) q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$۲) \deg_G(v) + \deg_{\bar{G}}(v) = p-1$$

نکته ۳: در هر گراف ساده از مرتبه p و ماکزیمم درجه Δ داریم: $\Delta \leq p-1$

با توجه به نکات داریم:

$$\Delta \leq p-1 \Rightarrow \Delta \leq 5 \xrightarrow{\delta+\Delta=6} \begin{cases} \delta=1 \\ \Delta=5 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} \delta=2 \\ \Delta=4 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} \delta=3 \\ \Delta=3 \end{cases}$$

حال در هر حالت، ماکزیمم و مینیمم درجه گراف مکمل را مشخص کرده و گراف مکمل را طوری رسم می‌کنیم که کمترین یال را داشته باشد.

$$۱) \delta_G = 1, \Delta_G = 5 \Rightarrow \delta_{\bar{G}} = 0, \Delta_{\bar{G}} = 4 \Rightarrow q(\bar{G}) = 4$$

$$۲) \delta_G = 2, \Delta_G = 4 \Rightarrow \delta_{\bar{G}} = 1, \Delta_{\bar{G}} = 3 \Rightarrow q(\bar{G}) = 4$$

$$۳) \delta_G = 3, \Delta_G = 3 \Rightarrow \delta_{\bar{G}} = 2, \Delta_{\bar{G}} = 2 \Rightarrow q(\bar{G}) = 6$$

بنابراین در حالت‌های ۱ و ۲، $\bar{G}$ حداقل تعداد یال‌ها را خواهد داشت که برابر ۴ است.

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

عبارت «الف» نادرست؛ چون همواره سرعت در حال افزایش و دور شدن از صفر است.

عبارت «ب» درست است.

عبارت «پ» درست است:

$$\begin{cases} v_2 = 3 \times 4 + 6 \times 2 = 24 \frac{m}{s} \\ v_4 = 3 \times 16 + 6 \times 4 = 72 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{72 - 24}{2} = 24 \frac{m}{s^2}$$

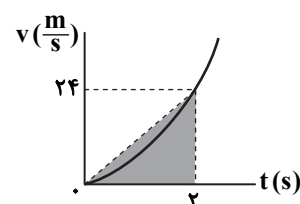
عبارت «ت» نادرست است؛ چون با توجه به درجه دوم بودن معادله سرعت، نمودار سرعت-زمان آن سهمی و مطابق شکل است. جابه‌جایی متحرک در این مدت کمتر از مساحت مثلث رنگی است:

$$\Delta x = S < \frac{2 \times 24}{2} = 24 m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} < \frac{24}{2} = 12 \frac{m}{s}$$

عبارت «ث» الزاماً درست نیست؛ چون جسم همواره در جهت محور حرکت می‌کند و اگر در لحظه

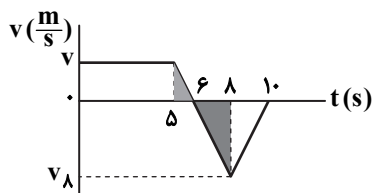
$t=0$ در جلوی مبدأ باشد، هرگز از مبدأ عبور نمی‌کند.



۴۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

از تشابه دو مثلث قائم الزاویه رنگی خواهیم داشت:



$$\frac{1}{2} = \frac{v}{|v_A|} \Rightarrow |v_A| = 2v \Rightarrow v_A = -2v$$

$$S_1 = \frac{5+6}{2} \times v = 5.5v$$

$$S_2 = \frac{4 \times -2v}{2} = -4v$$

حالا جابه جایی و مسافت طی شده را در مدت ۱۰ ثانیه اول حرکت می یابیم:

$$\ell = S_1 + |S_2| = 5.5v + 4v = 9.5v$$

$$\Delta x = S_1 + S_2 = 5.5v + (-4v) = 1.5v$$

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{\ell}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{9.5v / 10}{1.5v / 10} = \frac{9.5}{1.5} = \frac{19}{3}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

$$\begin{cases} x_A = 20t + 200 \\ x_B = -12(t - 15) + 400 \end{cases} \Rightarrow x_A(20) - x_B(20) = [(20 \times 20) + 200] - [-12(20 - 15) + 400] = 600 + 60 - 400 = 260 \text{ m}$$

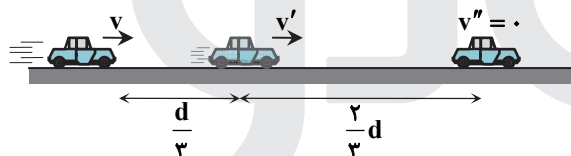
▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

سهمی بودن نمودار مکان- زمان یعنی حرکت متحرک با شتاب ثابت است، در نتیجه شتاب متوسط در تمام بازه ها یکسان است. در بازه زمانی $0 \leq t < t_p$ چون جهت حرکت روی خط راست تغییر می کند، مسافت طی شده متحرک بیشتر از جابه جایی آن و بنابراین تسندی متوسط متحرک بیشتر از بزرگی سرعت متوسط آن است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۵- پاسخ: گزینه ۳



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v' + v''}{2} = 10 \Rightarrow v' = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v''^2 - v'^2 = 2a \times \frac{2}{3}d \Rightarrow -400 = \frac{4}{3}ad \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$v''^2 - v^2 = 2ad \Rightarrow -v^2 = 2ad \quad \text{رابطه (۲)}$$

از تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) داریم:

$$\frac{-v^2}{-400} = \frac{2ad}{\frac{4}{3}ad} = \frac{3}{2} \Rightarrow v^2 = 600 \Rightarrow v = 10\sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v(3s)=0} 0 = 3a + v_0 \Rightarrow v_0 = -3a$$

$$\Delta x_{(3s-5s)} = \frac{v(3s) + v(5s)}{2} \times t \Rightarrow 0 - (-8) = \frac{0 + v(5s)}{2} \times 2 \Rightarrow v(5s) = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در بازه زمانی $3s \leq t < 5s$ داریم:

$$v(5s) = 5a + v_0 = 8 \Rightarrow 5a + (-3a) = 8 \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow v_0 = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(8s) = a \times 8 + v_0 = (4 \times 8) + (-12) = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۷- پاسخ: گزینه ۴

$$v_{av} = 26 = \frac{v_B + v_A}{2} \Rightarrow v_B + v_A = 52 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2g \times h_{AB} \Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 20 \times 5 / 2 = 104 \Rightarrow (v_B - v_A)(v_B + v_A) = 104 \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} (v_B - v_A) \times 52 = 104$$

$$\Rightarrow v_B - v_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{رابطه (۲)}$$

با استفاده از دو رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} v_B + v_A = 52 \\ v_B - v_A = 2 \end{cases}$$

$$2v_B = 54 \Rightarrow v_B = 27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_B = gt_B \Rightarrow 27 = 10 \cdot t_B \Rightarrow t_B = 2.7 \text{ s}$$

$$t_{\text{کل}} = 2.7 + 0.3 = 3 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

زمان توقف متحرک B را تعیین می‌کنیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 5t - 20 \Rightarrow t = 4s$$

۶ ثانیه بعد از توقف متحرک B، برای این متحرک ۱۰ ثانیه سپری شده است. از آنجا که متحرک B دو ثانیه دیرتر از متحرک A حرکت کرده، کل زمان حرکت متحرک A برابر با ۱۲ ثانیه است. با استفاده از معادله مکان- زمان حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x_A - x_B = \left[\frac{1}{2} \times (2) \times (12)^2 \right] - \left[\frac{1}{2} \times (5) \times (10)^2 + (-20) \times (10) + (-20) \right] = 144 - 30 = 114m$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

نادرستی گزاره «الف»: مقاومت هوا تا قبل از باز کردن چتر، افزایش و شتاب کاهش می‌یابد.

نادرستی گزاره «ب»: تا قبل از باز کردن چتر، تندی چتر باز در حال افزایش است.

درستی گزاره «پ»: بعد از باز کردن چتر، نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت mg و بزرگ‌تر از mg است؛ بنابراین برابری نیروها و شتاب چتر باز روبه بالا است. با توجه به اینکه سرعت چتر باز روبه پایین است، حرکت آن کندشونده خواهد بود.

درستی گزاره «ت»: در لحظه باز کردن چتر، مقاومت هوا ۱۱۴۰N است.

$$f_D = 1140N$$

$$mg = 600N$$

$$F_{net} = f_D - mg = ma \Rightarrow 1140 - 600 = 60a \Rightarrow a = 9 \frac{m}{s^2}$$

حرکت کندشونده است و به تدریج تندی و در نتیجه اندازه مقاومت هوا، کاهش می‌یابد تا حدی که مقاومت هوا با mg برابر می‌شود و شتاب به صفر و تندی به مقدار ثابت تندی حدی می‌رسد. پس از لحظه باز کردن چتر تا لحظه رسیدن به تندی حدی، بزرگی مقاومت هوا از ۱۱۴۰N به ۶۰۰N می‌رسد، یعنی ۵۴۰N کاهش می‌یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

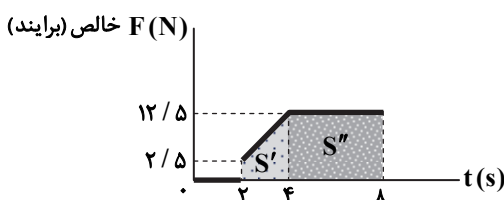
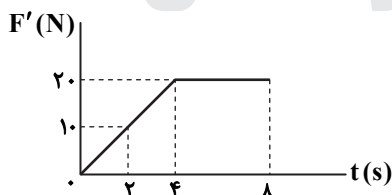
$$v = a_1t$$

$$0 = a_1t' + v = 2a_1t + v \xrightarrow{v=a_1t} a_1t = -2a_1t \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}a_1$$

$$\begin{cases} mg - T_1 = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(g - a_1) \\ mg - T_2 = ma_2 = -\frac{ma_1}{2} \Rightarrow T_2 = m(g + \frac{a_1}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \frac{m}{s^2} \\ a_2 = -2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

بنابراین بزرگی نیروی کشش طناب در مرحله تندی (از t_1 تا t_2) برابر است با:

$$T_1 = m(g - a_1) = 5 \times (10 - 4) = 30N$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۵- پاسخ: گزینه ۲

بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی ۱۰ نیوتون است و تا لحظه $t = 2s$ که نیروی F' از صفر به ۱۰N می‌رسد، جسم ساکن است و پس از آن جسم به راه می‌افتد.

$$f_{s,max} = \mu_s \times F_N \xrightarrow{F_N=mg} \mu_s mg = 0.2 \times 50 = 10N$$

$$f_k = \mu_k \times mg = 0.15 \times 50 = 7.5N$$

$$t = 2s \text{ خالص در لحظه } F = F' - f_{s,max} = 0$$

$$F = F' - f_k = 10 - 7.5 = 2.5N$$

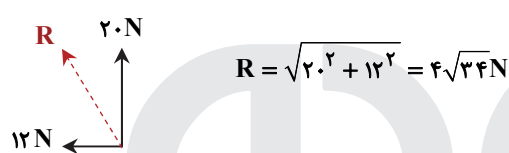
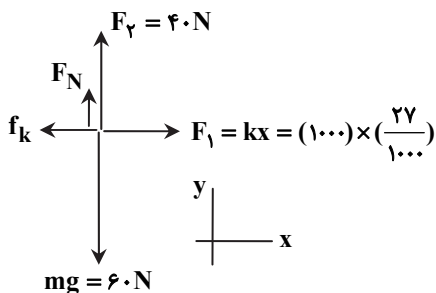
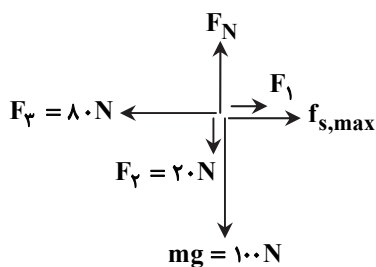
$$t = 4s \text{ خالص در لحظه } F = F' - f_k = 20 - 7.5 = 12.5N$$

$$S' = \frac{2.5 + 12.5}{2} \times 2 = 15N \cdot s$$

$$S'' = 4 \times 12.5 = 50N \cdot s$$

$$\Delta p = S = 50 + 15 = 65N \cdot s$$

$$\Delta p = m(v - 0) \Rightarrow 65 = 5v \Rightarrow v = 13 \frac{m}{s}$$



۵۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

برای اینکه $\vec{F}_1$ کمترین مقدار باشد، $\vec{f}_{s,max}$ باید هم جهت با $\vec{F}_1$ باشد؛ یعنی جعبه در آستانه حرکت به طرف چپ باشد.

$$F_N = 20 + 100 = 120 \text{ N} \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s \cdot F_N = \left(\frac{1}{4}\right) \times (120) = 30 \text{ N}$$

$$F_T = F_1 + f_{s,max} \Rightarrow 80 = F_1 + 30 \Rightarrow F_1 = 50 \text{ N}$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N + F_T = mg \Rightarrow F_N + 40 = 60 \Rightarrow F_N = 20 \text{ N}$$

$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma \Rightarrow 27 - f_k = (6) \times (2/5) \Rightarrow f_k = 12 \text{ N}$$

بزرگی نیروی سطح بر جعبه برابر است با:

۵۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$v = r \left(\frac{2\pi}{T} \right) \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \left(\frac{r_A}{r_B} \right) \times \left(\frac{T_B}{T_A} \right) = (4) \times \left(\frac{1}{8} \right) = \frac{1}{2}$$

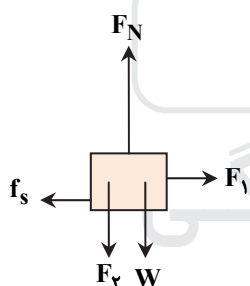
$$p = mv \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \left(\frac{m_A}{m_B} \right) \times \left(\frac{v_A}{v_B} \right) \Rightarrow 2 = \left(\frac{m_A}{m_B} \right) \times \left(\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 4$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = W + F_T \Rightarrow F_N = 200 \text{ N}$$

$$F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_1 = f_s \Rightarrow f_s = 50 \text{ N}$$

$$f_s \leq \mu_s F_N \Rightarrow 50 \leq 200 \mu_s \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \mu_s \Rightarrow \text{جمله «الف» درست است.}$$



جمله «ب» نادرست است. اگر F_T را زیاد کنیم، F_N زیاد می شود اما f_s تغییر نمی کند و جسم همچنان ساکن می ماند.

جمله «پ» هم نادرست است. اگر F_1 را زیاد کنیم و باز هم وزنه ساکن بماند، f_s زیاد می شود اما اگر وزنه حرکت کند ممکن است اصطکاک کم شده باشد. مثلاً فرض کنید در حالت اول، وزنه در آستانه لغزیدن باشد ($f_s = f_{s,max}$) و ما F_1 را زیاد کنیم که در این حالت جسم حرکت می کند و اصطکاک برابر f_k می شود که از $f_{s,max}$ کمتر است.

۶۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$p = \sqrt{36^2 + 48^2} = 12\sqrt{3^2 + 4^2} = 12 \times 5 = 60 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow 120 = \frac{60 \times 60}{2m} \Rightarrow m = \frac{60 \times 60}{240} = 15 \text{ kg}$$

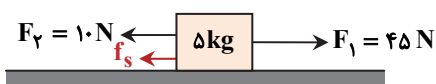
۶۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$F_N = mg = 50 \text{ N} \Rightarrow f_{s,max} = \mu_s F_N = 0.8 \times 50 = 40 \text{ N}$$

در مدت $t = 0$ تا $t = 4 \text{ s}$ داریم:

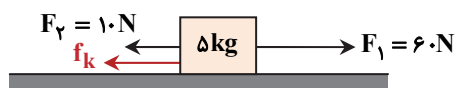
$$F_1 - F_T = 45 - 10 = 35 \text{ N} < f_{s,max} \Rightarrow F_{net} = 0 \text{ و وزنه ساکن است و}$$

در مدت $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 10 \text{ s}$ داریم:



$$F_1 - F_T = 45 - 10 = 35 \text{ N} > f_{s,max}$$

بنابراین وزنه حرکت می کند و اصطکاک از نوع جنبشی (f_k) می شود:



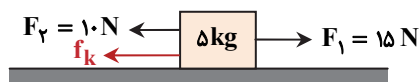
$$f_k = \mu_k F_N = 0.6 \times 50 = 30 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = 60 - 10 - 30 = 20 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow 20 \times 6 = 5(v - 0) \Rightarrow v = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت متحرک در $t = 10 \text{ s}$ برابر $24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می شود.

در مدت $t = 10 \text{ s}$ تا $t = 12 \text{ s}$ داریم:



$$F'_{\text{net}} = 15 - 10 - 30 = -25 \text{ N}$$

$$F'_{\text{net}} \cdot \Delta t = m \Delta v' \Rightarrow -25 \times 2 = 5(v' - 24) \Rightarrow v' = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۲

جسم در مدت ۶۰ ثانیه ۱۰ دور می گردد، پس مدت زمان هر دور گردش آن ۶ ثانیه است.

$$T = \frac{60}{10} = 6 \text{ s}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 5}{6} = \frac{5\pi}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بردار سرعت مماس بر دایره و بزرگی آن ثابت است. با توجه به شکل روبه رو، $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ قرینه هم هستند.

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m(\vec{v}_2 - (-\vec{v}_1)) = 2m\vec{v}_1$$

$$|\Delta \vec{p}| = 2m|\vec{v}| = 2 \times 6 \times \frac{5\pi}{3} = 20\pi \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۳

تکانه (p) یک تابع درجه ۲ از زمان است که رأس سهمی در $t = 2 \text{ s}$ است و مقدار تابع در رأس سهمی ۴۸ واحد SI است. معادله چنین تابعی

به صورت $p = a(t-2)^2 + 48$ است. با توجه به اینکه $p(6) = 0$ است، خواهیم داشت:

$$a(6-2)^2 + 48 = 0 \Rightarrow 16a = -48 \Rightarrow a = -3$$

پس معادله تکانه- زمان به صورت روبه رو می شود:

$$p(t) = -3(t-2)^2 + 48$$

$$F_{\text{av}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p(5) - p(0)}{5 - 0} = \frac{-3(5-2)^2 + 48 - (-3(0-2)^2 + 48)}{5} = \frac{-3 \times 9 + 3 \times 4}{5} = \frac{-3 \times 9 + 3 \times 4}{5} = -3 \text{ N} \Rightarrow |F_{\text{av}}| = 3 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

در یک پیچ مسطح و افقی، نیروی مرکزگرا همان اصطکاک ایستایی است که در امتداد عرض اتومبیل بر چرخ ها وارد می شود و نیروی عمود بر سطح (F_N) هم اندازه وزن اتومبیل است.

$$F_N = mg \Rightarrow f_{s, \text{max}} = \mu_s mg$$

بیشترین تندی برای آنکه اتومبیل در پیچ نلغزد، در حالتی است که مقدار اصطکاک $f_{s, \text{max}}$ شود.

$$f_s = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \frac{mv_{\text{max}}^2}{R} = \mu_s mg \Rightarrow \mu_s = \frac{v_{\text{max}}^2}{Rg} = \frac{20 \times 20}{50 \times 10} = 0.8$$

توجه: $\frac{36 \text{ km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $\frac{72 \text{ km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

وقتی اتومبیل با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ پیچ را طی می کند، نمی لغزد و f_s برابر نیروی مرکزگرا می شود:

$$f_s = \frac{mv^2}{R} = \frac{2 \times 10^2 \times 10^2}{50} = 400 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

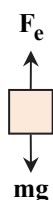
۶۵- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{R_e + h}{R_e + h'}\right)^2 \Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{6400 + 2400}{6400 + 1600}\right)^2 = 1/21$$

بزرگی شتاب گرانشی تلسکوپ ۲۱ درصد افزایش می یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲



$$F_e - mg = ma_1 \Rightarrow F_e = m(g + a_1) = m(10 + 3) = 13m = 13 \times 8 = 104 \text{ N}$$

وقتی شتاب $\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$ روبه بالا باشد

$$mg - F_{e_2} = ma_2 \Rightarrow F_{e_2} = m(g - a_2) = m(10 - 2) = 8m = 8 \times 8 = 64 \text{ N}$$

وقتی شتاب $\frac{2}{2} \frac{m}{s^2}$ روبه پایین باشد

وقتی وزنه در حال سکون باشد، نیروی خالص وارد بر آن صفر است و بزرگی نیروی فنر با بزرگی وزن وزنه برابر است:

$$F_e - mg = 0 \Rightarrow F_e = 10m = 80 \text{ N}$$

در حالت اول نیروی فنر، 104 N و در حالت دوم، 64 N و طول فنر در دو حالت 68 cm و 64 cm بود. حالا نیروی فنر 80 N است. طبق رابطه $F_e = kx$ می‌توانیم تناسب روبه‌رو را بنویسیم.

$$\frac{104 - 64}{104 - 80} = \frac{68 - 64}{68 - \ell} \Rightarrow \frac{40}{24} = \frac{4}{68 - \ell} \Rightarrow 68 - \ell = 2/4 \Rightarrow \ell = 65/6 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

تندی در وضع تعادل $v_{\max} = A\omega$ است، پس باید ω و A را حساب کنیم. همچنین توجه کنید در هر دوره، دو بار شتاب صفر می‌شود (دو بار متحرک از وضع تعادل عبور می‌کند). بنابراین هر دقیقه برابر با ۳۰۰ دوره است.

$$300 \cdot T = 60 \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A = 4 \div 2 = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$$

طول مسیر حرکت $2A$ است.

$$v_{\max} = A\omega = \frac{2}{100} \times 10\pi = \frac{\pi}{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

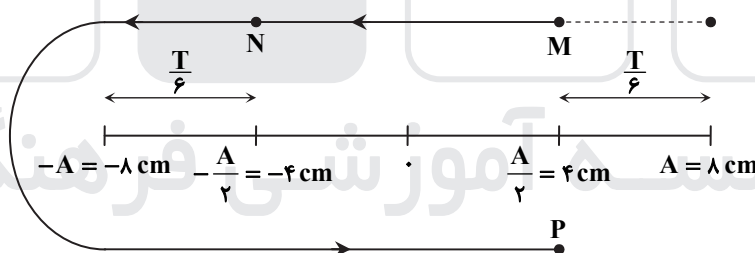
نوسانگر بر روی پاره‌خط به طول 16 cm نوسان می‌کند. بنابراین دامنه نوسان برابر است با:

$$A = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$

مکان‌های $x_1 = +4 \text{ cm}$ و $x_2 = -4 \text{ cm}$ را بر حسب دامنه نوسان به دست آورده و سپس زمان متناظر با آن‌ها را بر روی نمودار زیر مشخص می‌کنیم:

$$x_1 = +4 \text{ cm} \Rightarrow \frac{x_1}{A} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{A}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{6}$$

$$x_2 = -4 \text{ cm} \Rightarrow \frac{x_2}{A} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = -\frac{A}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{2} - \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$$



با توجه به نمودار بالا، مدت‌زمان لازم برای آنکه نوسانگر (لدون تغییر جهت) از مکان $x_1 = +4 \text{ cm}$ به مکان $x_2 = -4 \text{ cm}$ برود، یعنی مسیر MN را ببینیم، برابر است با:

$$\Delta t_{MN} = t_2 - t_1 = \frac{T}{3} - \frac{T}{6} = \frac{T}{6}$$

همچنین مدت‌زمان لازم برای آنکه نوسانگر با یک تغییر جهت از مکان $x_2 = -4 \text{ cm}$ به مکان $x_1 = +4 \text{ cm}$ برود؛ یعنی مسیر NP را ببینیم، برابر است با:

$$\Delta t_{NP} = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \Delta t_{MN} = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{3T}{6} = \frac{T}{2}$$

از طرفی با توجه به فرض تست داریم:

$$\Delta t_{NP} - \Delta t_{MN} = \frac{\lambda}{3} \Rightarrow \frac{T}{2} - \frac{T}{6} = \frac{\lambda}{3} \Rightarrow \frac{T}{3} = \frac{\lambda}{3} \Rightarrow T = \lambda \text{ s}$$

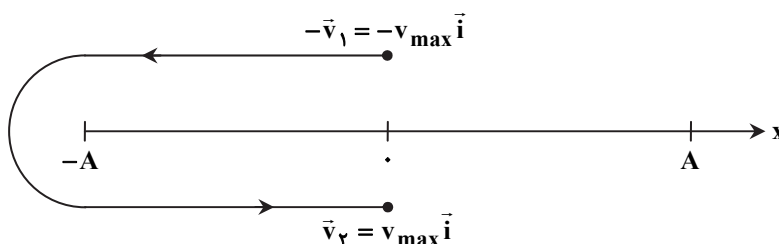
و در پایان بیشینه تندی نوسانگر را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{\max} = A\omega = \lambda \times \frac{2\pi}{T} = \lambda \times \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

تندی نوسانگر هماهنگ ساده به هنگام عبور از نقطه تعادل، بیشینه است و اندازه آن $v_{\max} = A\omega$ می باشد. بنابراین سرعت نوسانگر به هنگام دو عبور متوالی از نقطه تعادل با در نظر گرفتن جهت حرکت نوسانگر، مطابق نمودار زیر است:



در نتیجه، شتاب متوسط نوسانگر در بازه زمانی دو عبور متوالی از مبدأ برابر است با:

$$\bar{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_{\max} \vec{i} - (-v_{\max} \vec{i})}{\frac{T}{2}} = \frac{v_{\max} \vec{i} + v_{\max} \vec{i}}{\frac{T}{2}} = \frac{2v_{\max} \vec{i}}{\frac{T}{2}} = \frac{4}{T} v_{\max} \vec{i} \Rightarrow |\bar{a}_{av}| = \frac{4}{T} v_{\max} = \frac{4}{2\pi} \times (A\omega)$$

$$= \frac{2}{\pi} A\omega^2$$

از طرفی شتاب بیشینه نوسانگر در این بازه زمانی به هنگام عبور نوسانگر از نقطه بازگشت ($x = -A$) اتفاق می افتد که اندازه اش برابر است با:

$$|\bar{a}_{\max}| = \omega^2 A$$

در پایان، برای محاسبه خواسته سؤال داریم:

$$\frac{|\bar{a}_{av}|}{|\bar{a}_{\max}|} = \frac{\frac{2}{\pi} A\omega^2}{\omega^2 A} = \frac{2}{\pi}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

دوره تناوب نوسان کننده وزنه- فنر، ۲ برابر دوره تناوب آونگ ساده است. بنابراین:

$$T_{\text{زننه-فنر}} = 2T_{\text{آونگ}} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \times 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{4L}{g} \Rightarrow \frac{mg}{k} = 4L \quad (1)$$

با کاهش ۲۵ درصدی جرم متصل به فنر داریم:

$$m' = m - \frac{25}{100}m = \frac{75}{100}m = \frac{3}{4}m$$

در این حالت دوره تناوب نوسان کننده وزنه- فنر برابر است با:

$$T'_{\text{زننه-فنر}} = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{4}m}{k}}$$

با تغییر طول آونگ ساده به مقدار L' ، دوره تناوب آونگ ساده برابر خواهد شد با:

$$T'_{\text{آونگ}} = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}$$

چون در این حالت دوره تناوب دو نوسان کننده با یکدیگر برابر می شود، داریم:

$$T'_{\text{زننه-فنر}} = T'_{\text{آونگ}} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{4}m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}m}{k} = \frac{L'}{g} \Rightarrow L' = \frac{3mg}{4k} = \frac{3}{4} \times \frac{mg}{k} \xrightarrow{(1)} L' = \frac{3}{4} \times (4L) = 3L$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

انرژی مکانیکی وزنه- فنر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times (10)^2 \times (0.6)^2 = 0.25 \times 100 \times 0.36 = 9J$$

از طرفی با توجه به نمودار داده شده، داریم:

$$E = K + U \Rightarrow E = P + \frac{3}{5}P = \frac{4}{5}P \Rightarrow 9 = \frac{4}{5}P \Rightarrow P = \frac{45}{4}$$

در نتیجه تندی وزنه، هنگامی که انرژی جنبشی آن $2P$ است، برابر است با:

$$K = 2P = 2 \times \frac{45}{4} = \frac{45}{2}J \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{45}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.5v^2 = \frac{45}{2} \Rightarrow \frac{1}{4}v^2 = 45 \Rightarrow v^2 = 180 \Rightarrow v = 6\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

قانون پایستگی انرژی مکانیکی را برای نقطه ۲ می نویسیم:

$$E = U_2 + K_2 \Rightarrow E = 5 + 5 = 10 \text{ J}$$

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max}^2 = 100 \Rightarrow v_{\max} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی با توجه به نمودار، در نقطه (۱) داریم:

$$v_{\max} - v_1 = 4 \Rightarrow 10 - v_1 = 4 \Rightarrow v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون می توان با محاسبه انرژی جنبشی نوسانگر در نقطه ۱ و معلوم بودن مقدار انرژی مکانیکی، انرژی پتانسیل نوسانگر در نقطه ۱ را که برابر E' است، محاسبه نمود:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (6)^2 = 0.1 \times 36 = 3.6 \text{ J}$$

$$E = K_1 + U_1 \Rightarrow 10 = 3.6 + U_1 \Rightarrow U_1 = 6.4 \text{ J} \Rightarrow E' = 6.4 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

$$x = A \cos \omega t = 0.2 \cos(10\pi t) \Rightarrow \omega = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

در حالت اول داریم:

در حالت دوم که بسامد ۱۰ هرتز می شود:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10 = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{k_2 \cdot m_1}{k_1 \cdot m_2}} \Rightarrow \frac{20\pi}{10\pi} = \sqrt{\frac{9k}{k} \times \frac{m}{m+800}}$$

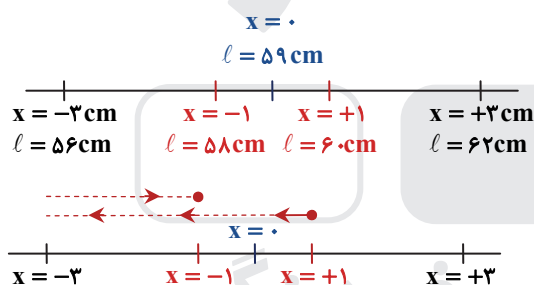
$$\Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{9m}{m+800}} \Rightarrow 4(m+800) = 9m \Rightarrow \Delta m = 4 \times 800 \Rightarrow m = \frac{4 \times 800}{5} \Rightarrow m = 640 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۴- پاسخ: گزینه ۱

وضع تعادل در وسط مسیر حرکت است یعنی در وضع تعادل، طول فنر

برابر با میانگین ۶۲ و ۵۶ سانتی متر است:



$$\ell_{\text{تعادل}} = \frac{62 + 56}{2} = 59 \text{ cm}$$

دامنه نصف طول مسیر است:

$$A = \frac{62 - 56}{2} = 3 \text{ cm}$$

هر زمان نوسانگر به وضع تعادل نزدیک می شود، حرکت تندشونده است و هرگاه از وضع تعادل دور می شود، حرکت کندشونده است. پس

مدت زمان مورد نظر مربوط به حرکت روبه رو است و مقدار آن $\frac{T}{4}$ است.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{0.4}} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\sqrt{10}} = 0.2 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{T}{4} = 0.05 \text{ s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۷۵- پاسخ: گزینه ۱

در ۶۰ ثانیه، ۵۰ نوسان انجام می شود؛ بنابراین داریم:

$$T = \frac{60}{50} = \frac{6}{5} \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 L}{g} \Rightarrow T^2 = 4L \Rightarrow \frac{36}{25} = 4L \Rightarrow L = \frac{9}{25} \text{ m} = 0.36 \text{ m} = 36 \text{ cm}$$

$$T = \frac{1}{f} = 1 \text{ s} \Rightarrow 1^2 = 4L \Rightarrow L = \frac{1}{4} \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

در حالت دوم $f = 1 \text{ Hz}$ است:

طول آونگ از ۳۶ cm به ۲۵ cm می رسد؛ یعنی ۱۱ cm کم می شود.

شیمی ۶۶

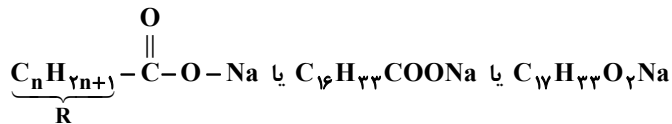
۷۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

فقط عبارت «پ» نادرست است. استرها پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهند. شکل «الف» اسید چرب و شکل «ب» استر سنگین را نشان می‌دهد و مخلوط این دو چربی‌ها را می‌سازند.
بخش (۱) هر دو مولکول زنجیره هیدروکربنی را نشان می‌دهد که بخش ناقطبی است در هر دو شکل این بخش بر بخش قطبی غلبه دارد و نیروهای غالب هر دو مولکول واندروالس می‌باشد.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

جمله اول درست است:

RCOONa



جمله دوم نادرست است. ساختار داده شده یک پاک‌کننده غیرصابونی است که در آب سخت نیز پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند.
جمله سوم درست است. مواد مورد نیاز از منابع نفتی و در پتروشیمی‌ها تأمین می‌شوند.
جمله چهارم درست است.

$$\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2 \Rightarrow \frac{\text{جرم C}}{\text{جرم H}} = \frac{12n}{2n} = 6$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

هر مول استر بلند زنجیر با ۳ مول NaOH واکنش می‌دهد.

$$\Rightarrow 4 \times 0.8 \times 3 = 9.6 \text{ mol NaOH لازم است.}$$

$$\text{pH} = 13/7 \Rightarrow \text{pOH} = 0.3 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-0.3} = \frac{1}{2} = M \cdot \alpha \Rightarrow M = 0.5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$0.5 \times V = 9.6 \Rightarrow V = 19.2 \text{ L}$$

۷۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

ابتدا مقدار مول‌های Ca^{2+} را در نمونه آب به دست می‌آوریم:

$$x \text{ mol} = 100 \text{ mL} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0.3 \text{ mol Ca}^{2+}}{1 \text{ L}} = 0.3 \text{ mol Ca}^{2+}$$

$$x \text{ g Na}_3\text{PO}_4 = 0.3 \text{ mol Ca}^{2+} \times \frac{2 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{3 \text{ mol Ca}^{2+}} \times \frac{164 \text{ g}}{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4} = 32.8 \text{ g Na}_3\text{PO}_4$$

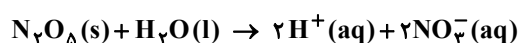
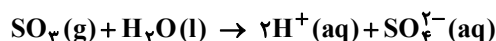
۸۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

با توجه به جدول کتاب درسی بیشترین میزان پاک‌کنندگی که در طی آن درصد لکه باقی‌مانده به صفر می‌رسد مربوط به حالت D و کمترین میزان پاک‌کنندگی که درصد لکه باقی‌مانده برابر ۲۵ درصد است مربوط به حالت B می‌باشد.
در حالت‌های A و C درصد لکه باقی‌مانده با هم برابر و معادل ۱۵ درصد می‌باشد.

۸۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$x \text{ mol SO}_3 = 400 \text{ g SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ g SO}_3} = 5 \text{ mol SO}_3$$

$$x \text{ mol N}_2\text{O}_5 = 216 \text{ g N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{108 \text{ g N}_2\text{O}_5} = 2 \text{ mol N}_2\text{O}_5$$



۵ مول SO_3 مطابق معادله فوق ۱۰ مول H^+ و ۲ مول N_2O_5 مطابق معادله فوق ۴ مول H^+ و در مجموع ۱۴ مول H^+ یا یون هیدرونیوم تولید می‌کنند:

$$x \text{ H}_3\text{O}^+ = 14 \text{ mol H}_3\text{O}^+ \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ H}_3\text{O}^+}{1 \text{ mol H}_3\text{O}^+} = 8.4 \times 10^{24} \text{ H}_3\text{O}^+$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

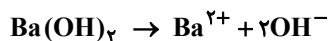
۸۲- پاسخ: گزینه ۲

$$pH = 12/23$$

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-12/23} = 10^{-13} \times 10^{0.77} = 6 \times 10^{-13}$$

$$(\log 6 = \log (2 \times 3) = \log 2 + \log 3 = 0.3 + 0.47 = 0.77)$$

$$[H^+] \cdot [OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{6 \times 10^{-13}} = 1/6 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$



$$[Ba(OH)_2] = \frac{1}{2}[OH^-] \Rightarrow [Ba(OH)_2] = 8 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{1/6 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-13}} = 2/6 \times 10^{10}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۳- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «اول»، «دوم» و «چهارم» درست هستند.

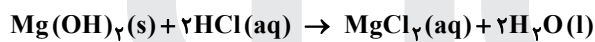
$$\frac{[H^+]}{[OH^-]} = 10^6 \Rightarrow [H^+]^2 = 10^{-8} \Rightarrow [H^+] = 10^{-4} \Rightarrow pH = 4$$

pH ۳ واحد کمتر از pH آب خالص در دمای اتاق است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۴- پاسخ: گزینه ۲

واکنش موازنه شده:



$$x \text{ g } Mg(OH)_2 = 500 \text{ mL } HCl \times \frac{1 \text{ L } HCl}{1000 \text{ mL } HCl} \times \frac{0.5 \text{ mol } HCl}{1 \text{ L } HCl} \times \frac{1 \text{ mol } Mg(OH)_2}{2 \text{ mol } HCl} \times \frac{58 \text{ g } Mg(OH)_2}{1 \text{ mol } Mg(OH)_2} = 7.25 \text{ g } Mg(OH)_2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۵- پاسخ: گزینه ۱

$$HX \text{ در محلول: } pH = 1 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1} = 0.1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{0.1 \times [A^-]}{1}$$

$$[A^-] = \frac{2 \times 10^{-5}}{0.1} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

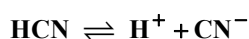
▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۶- پاسخ: گزینه ۴

پاک کننده‌های خورنده با آلاینده‌ها هم واکنش و هم برهم کنش دارند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۷- پاسخ: گزینه ۲

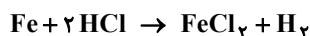


$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M_1} = \frac{[H^+]^2}{\frac{1}{5} M_1} \Rightarrow [H^+]_1 = \sqrt{5} [H^+]_2 \Rightarrow pH_1 = pH_2 - \frac{1}{2} \log 5 \Rightarrow pH_1 = pH_2 - 0.35$$

$$\Rightarrow pH_2 = pH_1 + 0.35$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۸۸- پاسخ: گزینه ۴



$$\text{mol اولیه } HCl = 1 \frac{\text{mol}}{L} \times 5L = 5 \text{ mol}$$

$$\frac{2/35}{1} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 4/7 \text{ mol مصرفی } HCl$$

$$\Rightarrow HCl \text{ باقی مانده} = 0.3 \text{ mol} \Rightarrow [HCl] \text{ باقی مانده} = \frac{0.3 \text{ mol}}{5L} = 0.06 = [H^+]$$

$$\Rightarrow pH = -\log 0.06 = 2 - \log 3 - \log 2 = 1/2 \Rightarrow t = \frac{1/2}{0.3} \times 10 = 40 \text{ ثانیه}$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

واکنش اسید معده و جوش شیرین به شرح روبه‌رو است:

$$\text{NaHCO}_3(\text{aq}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{NaCl}(\text{aq}) + \text{CO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$$

 و محصول سوم واکنش، کربن دی‌اکسید است.

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

$\text{HNO}_3 : M = 0.1 \Rightarrow [\text{H}^+] = 0.1 \Rightarrow \text{pH} = 1$
 $\text{HA} (0.1 \text{ مولار}) : \text{pH} = 4 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-4} \Rightarrow 10^{-4} = \alpha_1 \times 0.1 \Rightarrow \alpha_1 = 10^{-3}$
 $K_a \Rightarrow K_{a1} = K_{a2}$ ثابت است.
 $\alpha_1 < 0.5 \Rightarrow K_a = M\alpha^2 \Rightarrow M_1\alpha_1^2 = M_2\alpha_2^2$
 $(10^{-3})^2 \times 0.1 = \alpha_2^2 \times 0.01 \Rightarrow \alpha_2 = 0.01$

۹۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

با توجه به شرایط توصیف‌شده، قدرت کاهندگی سه فلز به صورت $M > X > D$ است.
 بررسی گزینه‌های نادرست:
 (۱) قدرت کاهندگی فلز X بیشتر از قدرت کاهندگی فلز D ولی کمتر از فلز M است.
 (۳) کاتیون‌های فلز M در مقایسه با کاتیون‌های فلز X اکسندگی ضعیف‌تری هستند.
 (۴) اگر نیم‌سلول‌های استاندارد فلزهای M و X برای تشکیل سلول الکتروشیمیایی گالوانی به یکدیگر متصل شوند، الکترون M قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد.

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

$\text{CH}_4 + 2\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CO}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{e}^- : \frac{1+4+4}{2} = 8/2$
 $\text{CH}_3\text{OH} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{CO}_2 + 6\text{H}^+ + 6\text{e}^- : \frac{1+6+6}{1} = 13$
 $\text{C}_2\text{H}_6 + 4\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{CO}_2 + 14\text{H}^+ + 14\text{e}^- : \frac{2+14+14}{4} = 7/1$
 $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH} + 3\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{CO}_2 + 12\text{H}^+ + 12\text{e}^- : \frac{2+12+12}{3} = 8/1$

۹۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌سلول مس، مقداری مثبت و پتانسیل SHE برابر صفر است. بنابراین:
 الف) درست؛ SHE در برابر مس نقش آند را دارد و الکترون‌ها در مدار بیرونی از آند به کاتد جریان می‌یابند.
 ب) نادرست؛ در نیم‌سلول SHE ، گاز هیدروژن به $\text{H}^+(\text{aq})$ تبدیل می‌شود و غلظت H^+ افزایش می‌یابد که به اشتباه بیان شده است که pH افزایش می‌یابد.
 پ) درست

$E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = E^\circ_{\text{مس}} - E^\circ_{\text{صفر}} = E^\circ_{\text{مس}}$
 ت) نادرست؛ جرم الکترون پلاتین به کار رفته در SHE همواره ثابت است.

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

با توجه به جهت حرکت آنیون‌ها در می‌یابیم که نیم‌سلول آهن، نیم‌سلول آندی است. معادله کلی واکنش به صورت زیر است:

$$\text{Fe}(\text{s}) + \text{Pb}^{2+}(\text{aq}) \rightarrow \text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + \text{Pb}(\text{s}) \sim 2\text{e}^-$$

$$\frac{? \text{ g}}{56 \text{ g}} = \frac{0.25 \text{ mol}}{2 \text{ mol}} \Rightarrow ? = 7$$

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

ابتدا چهار پتانسیل داده‌شده را مرتب می‌کنیم:

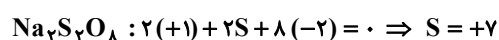
$\text{Pt}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pt}$	$E^\circ = +1.2 \text{ V}$
$\text{Pd}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pd}$	$E^\circ = +0.98 \text{ V}$
$\text{Pb}^{2+} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Pb}$	$E^\circ = -0.13 \text{ V}$
$\text{Pu}^{3+} + 3\text{e}^- \rightarrow \text{Pu}$	$E^\circ = -1.97 \text{ V}$

با توجه به واکنش اول در می‌یابیم که قدرت کاهندگی A از Pd بیشتر است، پس پتانسیل آن باید کمتر از $+0.98$ ولت باشد. با توجه به واکنش دوم در می‌یابیم که قدرت کاهندگی A از Pb کمتر است، پس پتانسیل آن باید بیشتر از -0.13 V باشد. با توجه به اعداد پیشنهادی در گزینه‌ها پتانسیل $+0.32 \text{ V}$ بین دو پتانسیل -0.13 V و $+0.98 \text{ V}$ قرار دارد.

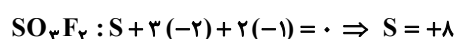
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۶- پاسخ: گزینه ۴

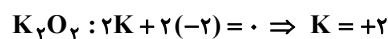
ابتدا فرض می‌کنیم که عدد اکسایش اتم‌های اکسیژن برابر «۲-» است که در صورت درست بودن این فرض باید عدد اکسایش سایر اتم‌ها منطقی باشد، در غیر این صورت عدد اکسایش یک یا چند اتم اکسیژن در ترکیب موردنظر برابر «۲-» نبوده است.



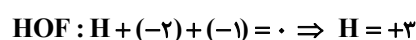
عدد اکسایش +۷ برای S قابل قبول نیست ($-2 \leq \text{S} \leq 6$) پس تمام اتم‌های اکسیژن در این ترکیب عدد اکسایش «۲-» ندارند.



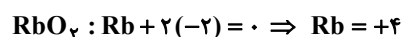
عدد اکسایش +۸ برای S قابل قبول نیست. ($-2 \leq \text{S} \leq 6$)



عدد اکسایش +۲ برای K قابل قبول نیست. ($\text{K} = 0$ یا $\text{K} = +1$)



عدد اکسایش +۳ برای H قابل قبول نیست.



عدد اکسایش +۴ برای Rb قابل قبول نیست. ($\text{Rb} = 0$ یا $\text{Rb} = +1$)

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۷- پاسخ: گزینه ۴

الف) نادرست؛ نیم‌واکنش کاهش در سلول الکترولیتی در کاتد انجام می‌شود که قطب منفی است.

ب) درست

پ) نادرست؛ جنس الکترودها در سلول الکترولیتی می‌تواند از جنس گرافیت باشد.

ت) نادرست؛ واکنش‌ها در سلول الکترولیتی، غیر خودبه‌خودی هستند.

ث) درست

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۸- پاسخ: گزینه ۳

افزایش غلظت محلول الکترولیت ناشی از تجزیه آب به گازهای هیدروژن و اکسیژن و در نتیجه کاهش مقدار حلال است.



$$\%2 = \frac{\text{نمک } ?\text{g}}{\text{محلول } 1000\text{g}} \Rightarrow ? = 20\text{g}$$

$$\%4 = \frac{\text{نمک } 20\text{g}}{\text{محلول } ?\text{g}} \Rightarrow ? = 500$$

پس جرم آب تجزیه‌شده برابر است با:

$$1000 - 500 = 500\text{g}$$

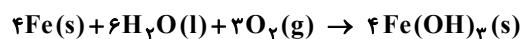
تفاوت حجم گازها براساس معادله واکنش برابر یک مول و $22/4$ لیتر است:

$$\frac{500\text{g}}{2 \times 18\text{g}} = \frac{? \text{L}}{22/4\text{L}} \Rightarrow ? = 311/1$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

معادله کلی موازنه‌شده زنگ زدن آهن به صورت زیر است:

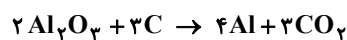


مورد اول: نادرست؛ زیرا:

$$\frac{4 + 6 + 3}{4} \neq 3$$

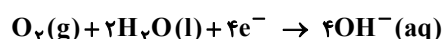
مورد دوم: درست

مورد سوم: درست؛ شمار مول‌های الکترون مبادله‌شده در این واکنش برابر ۱۲ است. معادله مربوط به فرایند هال به صورت زیر است.

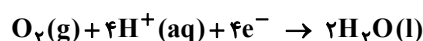


شمار مول‌های الکترون مبادله‌شده در این واکنش نیز برابر ۱۲ است.

مورد چهارم: نادرست؛ نیم‌واکنش کاهش در فرایند زنگ زدن آهن چنین است:



معادله نیم‌واکنش کاهش در سلول سوختی هیدروژن چنین است:



۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

(۱) نادرست؛ هدف از انجام این فرایند آبکاری قطعه M با روکش نازکی از فلز A است.

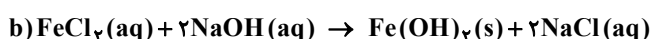
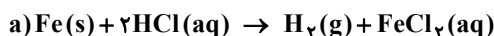
(۲) نادرست؛ در فرایند آبکاری پتانسیل کاهشی استاندارد الکترودها مهم نیست و هر الکترودی که به قطب مثبت باتری متصل است را آند می‌نامند.

(۳) نادرست؛ اگر پتانسیل کاهشی استاندارد فلز M منفی‌تر از فلز A باشد، آنگاه با قطع مدار بیرونی میان تیغه M و محلول $A^{2+}(aq)$ واکنش رخ می‌دهد.

(۴) درست؛ جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی همواره چه در سلول گالوانی و چه در سلول الکترولیتی از آند به کاتد است. در سلول الکترولیتی آند قطب مثبت است و به قطب مثبت باتری متصل می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳



واکنش «a» با تغییر عدد اکسایش و مبادله الکترون همراه بوده و الکتروشیمیایی است ولی طی واکنش «b» عدد اکسایش تغییر نمی‌کند. بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) پس از موازنه، مجموع ضرایب مواد در معادله «b»، ۶ و مجموع ضرایب مواد در معادله «a» برابر ۵ است.

(۲) طی واکنش «b» الکترونی مبادله نمی‌شود.

(۴) واکنش «a» را می‌توان در سلول الکتروشیمیایی گالوانی انجام داد ولی واکنش «b» الکتروشیمیایی نیست.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به معادله واکنش انجام‌شده در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن ($2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$) به‌ازای تولید شدن ۲ مول آب، ۴ مول الکترون از مدار بیرونی سلول عبور می‌کند:

$$720 \text{ mg } H_2O \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{4 \text{ mole}^-}{2 \text{ mol } H_2O} = 0.08 \text{ mole}^-$$

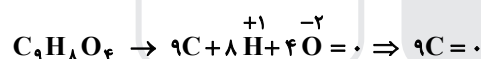
▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۱

هرچه شمار اتم‌های اکسیژن متصل‌شده به اتم کربن بیشتر باشد، عدد اکسایش مثبت‌تر و هرچه شمار اتم‌های هیدروژن بیشتری به آن متصل باشد، عدد اکسایش منفی‌تری دارد.

در این مولکول یک اتم کربن با عدد اکسایش ۳- وجود دارد. (به ۳ اتم هیدروژن متصل است.)

بیشترین عدد اکسایش اتم کربن در این مولکول ۳+ است و ۲ اتم با این عدد اکسایش وجود دارد. (کربن‌هایی که به دو اتم اکسیژن متصل هستند.) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در این مولکول صفر است:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

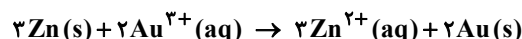
۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴

حلبی ورقه آهنی پوشانده شده با لایه نازکی از فلز قلع است و در صورت ایجاد خراشی عمیق در سطح آن و قرار گرفتن آن در شرایط مناسب، آهن خورده شده و قلع سالم می‌ماند؛ پس A فلز قلع، B فلز آهن و یون‌های X^{2+} مربوط به فلز آهن هستند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۱

معادله واکنش انجام‌شده به‌صورت زیر است که با توجه به ضرایب مولی مواد طی این واکنش ۶ مول الکترون مبادله می‌شود:



جرم فلز روی مصرف‌شده و جرم فلز طلای تولیدشده:

$$3 / 0.1 \times 10^{21} e^- \times \frac{1 \text{ mole}}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{3 \text{ mol Zn}}{6 \text{ mole}} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 0.1625 \text{ g Zn}$$

$$3 / 0.1 \times 10^{21} e^- \times \frac{1 \text{ mole}}{6.02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{2 \text{ mol Au}}{6 \text{ mole}} \times \frac{197 \text{ g Au}}{1 \text{ mol Au}} = 0.3283 \text{ g Au}$$

و ۸۰ درصد از فلز طلای تولیدشده (۲۶۲۷ گرم) به تیغه روی می‌چسبد. پس جرم تیغه به‌طور تقریبی به اندازه ۱ گرم افزایش می‌یابد.

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزیده دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



حلقه
سنجش

